**《不等关系与不等式》学习指南**

 **目标与建议**

同学们通过认真自主阅读课本教材必修五《3.1不等关系与不等式》P72-P75,构建本节课的知识网络，在理解的基础上记忆不等式的性质，然后独立完成自我诊断，观看教学视频后独立完成学情反馈，对答案并及时纠错；学有余力的同学继续完成学程拓展部分。

**学习目标**

通过具体情境，感受在现实世界和日常生活中存在着大量的不等关系，了解不等式（组）的实际背景；掌握比较大小的常用方法；理解不等式的基本性质及应用。

**知识梳理**

1.两个实数比较大小的方法

(1)作差法:**

(2)作商法:

**

2.不等式的性质

(1)对称性:*a*＞*b*⇔*b*＜*a*;

(2)传递性:*a*＞*b*,*b*＞*c*⇒*a*＞*c*;

(3)可加性:*a*＞*b*⇔*a*＋*c>b*＋*c*;*a*＞*b*,*c*＞*d*⇒*a*＋*c>b*＋*d*;

(4)可乘性:*a*＞*b*,*c*＞0⇒*ac>bc*;*a*＞*b*,*c*＜0⇒*ac*＜*bc*;*a*＞*b*＞0,*c*＞*d*＞0⇒*ac>bd*;

(5)可乘方:*a*＞*b*＞0⇒*an*＞*bn*(*n*∈**N**,*n*≥1);

(6)可开方:*a*＞*b*＞0⇒＞(*n*∈**N**,*n*≥2).

3.不等式的一些常用性质（知识拓展）

(1)倒数的性质

(i)若*ab*>0,且*a*>*b*⇔<.

(ii) *a<*0<b⇒<.

(2)有关分式的性质

(i) 若*a*>*b*>0,*m*>0,则<; >(*b*－*m*>0).

(简记为：真分数越加越大，越减越小)

（ii）若*a*>*b*>0,*m*>0,则

(简记为：假分数越加越小，越减越大)。

4.进行不等关系判断时常用到的实数的性质：



**学习指导**

考点一　比较两个数(式)的大小

【例1】 (1)已知*a*1,*a*2∈(0,1),记*M*＝*a*1*a*2,*N*＝*a*1＋*a*2－1,则*M*与*N*的大小关系是(　　)

A.*M*<*N* B.*M*>*N* C.*M*＝*N* D.不确定

(2) 若*a*＝,*b*＝,*c*＝,则(　)

A.*a*<*b*<*c* B.*c*<*b*<*a* C.*c*<*a*<*b* D.*b*<*a*<*c*

解析　(1)*M*－*N*＝*a*1*a*2－(*a*1＋*a*2－1)＝*a*1*a*2－*a*1－*a*2＋1

＝*a*1(*a*2－1)－(*a*2－1)＝(*a*1－1)(*a*2－1)，

又因为*a*1∈(0，1)，*a*2∈(0，1)，所以*a*1－1<0，*a*2－1<0.所以(*a*1－1)(*a*2－1)>0，即*M*－*N*>0，所以*M*>*N*.

(2) 法一　易知*a*,*b*,*c*都是正数,＝＝=log8164<1,所以*a*>*b*;

＝＝= log6251 024>1,所以*b*>*c*. 





法三　构造函数*f*(*x*)＝，则*f*′(*x*)＝，

由*f*′(*x*)>0，得0<*x*<e；由*f*′(*x*)<0，得*x*>e.

∴*f*(*x*)在(0，e)为增函数，在(e，＋∞)为减函数.

∴*f*(3)>*f*(4)>*f*(5)，即*a*>*b*>*c*.

答案　(1) B　(2)B

【感悟提升】比较大小的常用方法

(1)作差法：

一般步骤：①作差；②变形；③定号；④结论．其中关键是变形，常采用通分、配方、因式分解、提出公因式、有理化等方法把差式变成积式或者完全平方式．当两个式子都为正数时，有时也可以先平方再作差．（象自我诊断的第9题）

(2)作商法：

一般步骤：①作商；②变形；③判断商与1的大小；④结论．

(3)函数的单调性法：将要比较的两个数作为一个函数的两个函数值，根据函数的单调性得出大小关系．

考点二　不等式的性质

【例2】 (1)设*a*,*b*均为实数,则“*a*>|*b*|”是“*a*3>*b*3”的(　　)

A.充分不必要条件 B.必要不充分条件C.充要条件 D.既不充分也不必要条件

(2)若＜＜0,给出下列不等式:①＜;②|*a*|＋*b*＞0;③*a*－＞*b*－;④ln *a*2＞ln *b*2.其中正确的不等式是( )

A.①④ B.②③ C.①③ D.②④

解析　(1) *a*>|*b*|能推出*a*>*b*，进而得*a*3>*b*3；当*a*3>*b*3时，有*a*>*b*，但若*b*<*a*<0，则*a*>|*b*|不成立，所以“*a*>|*b*|”是“*a*3>*b*3”的充分不必要条件.

(2)法一　因为＜＜0，故可取*a*＝－1，*b*＝－2.

显然|*a*|＋*b*＝1－2＝－1＜0，所以②错误；因为ln *a*2＝ln(－1)2＝0，ln *b*2＝ln(－2)2＝ln 4＞0，所以④错误.综上所述，可排除A，B，D.

法二　由＜＜0，可知*b*＜*a*＜0.

①中，因为*a*＋*b*＜0，*ab*＞0，所以＜0，＞0.故有＜，即①正确；

②中，因为*b*＜*a*＜0，所以－*b*＞－*a*＞0.故－*b*＞|*a*|，即|*a*|＋*b*＜0，故②错误；

③中，因为*b*＜*a*＜0，又＜＜0，则－＞－＞0，

所以*a*－＞*b*－，故③正确；

④中，因为*b*＜*a*＜0，根据*y*＝*x*2在(－∞，0)上为减函数，可得*b*2＞*a*2＞0，而*y*＝ln *x*在定义域(0，＋∞)上为增函数，所以ln *b*2＞ln *a*2，故④错误.由以上分析，知①③正确.

答案　(1)A　(2)C

【感悟提升】解决此类题目常用的三种方法：

(1)直接利用不等式的性质逐个验证；

(2)利用特殊值法排除错误答案，利用不等式的性质判断不等式是否成立时要特别注意前提条件；

(3)利用函数的单调性，当直接利用不等式的性质不能比较大小时，可以利用指数函数、对数函数、幂函数等函数的单调性进行判断.

考点三　不等式及其性质的应用

【例3】（2016年文）某学习小组由学生和教师组成,人员构成同时满足以下三个条件:

(1)男学生人数多于女学生人数;

(2)女学生人数多于教师人数;

(3)教师人数的两倍多于男学生人数.

①若教师人数为4,则女学生人数的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

②该小组人数的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　令男学生、女学生、教师人数分别为*x*，*y*，*z*，且2*z*>*x*>*y*>*z*，①若教师人数z=4时，8>x>y>4,所以x的最大值为7，y的最大值为6，故女学生人数的最大值为6. ②若教师人数z为：当z=1时，2>x>y>1,因为x,y,x为整数，所以不合题意；当*z*＝2时，2＝*z*<*y*<*x*<4，不满足条件；当*z*＝3时，3＝*z*<*y*<*x*<6，*y*＝4，*x*＝5，满足条件.所以该小组人数的最小值为3＋4＋5＝12.

答案　①6　②12

【感悟提升】

1.解决有关不等关系的实际问题，应抓住关键字词，例如“要”“必须”“不少于”“大于”等，从而建立相应的方程或不等式模型.

自学检测

1.判断下列结论正误(在括号内打“√”或“×”)

(1)*a*＞*b*⇔*ac*2＞*bc*2.(　)

 (2)*a*＝*b*⇔*ac*＝*bc*.(　)

 (3)若>1,则*a*>*b*.(　)

 (4)0<*a*<*x*<*b*或*a*<*x*<*b*<0⇒<<.(　)

2.（2013文）设，且，则

（A） （B） （C） （D）

3.（2016理）已知，且，则

（A） （B）（C） （D）

4.（2018文）能说明“若，则”为假命题的一组的值依次为 ．

5.若*a*＞*b*＞0,*c*＜*d*＜0,则一定有(　　)

A.＞ B.＜ C.＞ D.＜

6.若*a*,*b*,*c*为实数,且*a*<*b*<0,则下列命题正确的是(　　)

A.*ac*2<*bc*2 B.< C.> D.*a*2>*ab*>*b*2

7.（ 2017文理）能够说明“设*a*,*b*,*c*是任意实数,若*a*>*b*>*c*,则*a*＋*b*>*c*”说法不正确的一组整数*a*,*b*,*c*的值依次为\_\_\_\_\_\_\_\_.

8.若－<*α*<*β*<,则*α*－*β*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_.

9.比较两数的大小:＋\_\_\_\_\_\_＋.

参考答案

1.解析(1)由不等式的性质，*ac*2＞*bc*2⇒*a*＞*b*；反之，*c*＝0时，*a*＞*b*⇒*ac*2＞*bc*2.

(2)由等式的性质，*a*＝*b*⇒*ac*＝*bc*；反之，*c*＝0时，*ac*＝*bc*⇒ *a*＝*b*.

(3)*a*＝－3，*b*＝－1，则>1，但*a*<*b*，故(3)错.

答案　(1)×　(2)×　(3)×　(4)√

2D

3.C

4. a=1,b=-1(答案不唯一)

5解析因为*c*＜*d*＜0，所以0＞＞，两边同乘－1，得－＞－＞0，又*a*＞*b*＞0，故由不等式的性质可知－＞－＞0.两边同乘－1，得＜.

答案　B

6.解析　*c*＝0时，A项不成立；

－＝>0，选项B错；

－＝＝<0，选项C错.

由*a*<*b*<0，∴*a*2>*ab*>*b*2.D正确.

答案　D

7. 答案　－1，－2，－3(答案不唯一)

8. 解析　由－<*α*<，－<－*β*<，*α*<*β*，得－π<*α*－*β*<0.

答案　(－π，0)

9解析　(＋)2＝17＋2,(＋)2＝17＋2,

∴(＋)2>(＋)2,∴＋>＋.

答案　>

.