

《一元二次不等式的解法》学情反馈答案

1. 已知集合 $A = \{y|y = e^x, x \in \mathbf{R}\}, B = \{x \in \mathbf{R}|x^2 - x - 6 \leq 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于()

A. $(0, 2)$

B. $(0, 3]$

C. $[-2, 3]$

D. $[2, 3]$

解析 因为 $A = \{y|y > 0\}, B = \{x|-2 \leq x \leq 3\}$,

故 $A \cap B = \{x|0 < x \leq 3\}$.

答案 B

2. 不等式 $\frac{x+5}{(x-1)^2} \geq 2$ 的解集是()

A. $\left[-3, \frac{1}{2}\right]$

B. $\left[-\frac{1}{2}, 3\right]$

C. $\left[\frac{1}{2}, 1\right) \cup (1, 3]$

D. $\left[-\frac{1}{2}, 1\right) \cup (1, 3]$

解析 不等式可化为 $\frac{2x^2 - 5x - 3}{(x-1)^2} \leq 0$,

即 $\frac{(2x+1)(x-3)}{(x-1)^2} \leq 0$,

解得 $-\frac{1}{2} \leq x < 1$ 或 $1 < x \leq 3$.

答案 C

3. 不等式 $|x|(1-2x) > 0$ 的解集为()

A. $(-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right)$

B. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$

C. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

D. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

解析 当 $x \geq 0$ 时, 原不等式即为 $x(1-2x) > 0$, 所以 $0 < x < \frac{1}{2}$; 当 $x < 0$ 时, 原不等式即为 $-x(1-2x) > 0$, 所以 $x < 0$, 综上, 原不等式的解集为 $(-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right)$.

答案 A

4. 已知函数 $f(x) = -x^2 + ax + b^2 - b + 1 (a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R})$, 对任意实数 x 都有 $f(1-x) = f(1+x)$ 成立, 当 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立, 则 b 的取值范围是()

A. $(-1, 0)$ B. $(2, +\infty)$ C. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

D. 不能确定

解析 由 $f(1-x)=f(1+x)$ 知 $f(x)$ 图象的对称轴为直线 $x=1$, 则有 $\frac{a}{2}=1$, 故 $a=2$. 由 $f(x)$ 的图象可知 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上为增函数. 所以 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x)_{\min}=f(-1)=-1-2+b^2-b+1=b^2-b-2$, 令 $b^2-b-2>0$, 解得 $b<-1$ 或 $b>2$.

答案 C

5. 已知二次函数 $f(x)=ax^2-(a+2)x+1 (a \in \mathbf{Z})$, 且函数 $f(x)$ 在 $(-2, -1)$ 上恰有一个零点, 则不等式 $f(x)>1$ 的解集是()

A. $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$ B. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ C. $(-1, 0)$ D. $(0, 1)$

解析 由 $\Delta=[-(a+2)]^2-4a=a^2+4>0$ 知, 函数 $f(x)$ 必有两个不同的零点, 又 $f(x)$ 在 $(-2, -1)$ 上恰有一个零点, 则 $f(-2)f(-1)<0$, 即 $(6a+5)(2a+3)<0$, 解得 $-\frac{3}{2}<a<-\frac{5}{6}$. 又 $a \in \mathbf{Z}$, 所以 $a=-1$, 此时不等式 $f(x)>1$ 即为 $-x^2-x>0$, 解得 $-1<x<0$.

答案 C

6. 不等式 $2x^2-x<4$ 的解集为_____.

解析 由已知得 $2x^2-x<2^2$,

$\therefore x^2-x<2$ 即 $x^2-x-2<0$, 解得 $-1<x<2$,

故所求解集为 $(-1, 2)$.

答案 $(-1, 2)$

7. 已知不等式 $mx^2+nx-\frac{1}{m}<0$ 的解集为 $\{x|x<-\frac{1}{2} \text{ 或 } x>2\}$, 则 $m-n=$ _____.

解析 由已知得 $m<0$ 且 $-\frac{1}{2}, 2$ 是方程 $mx^2+nx-\frac{1}{m}=0$ 的两根,

$$\therefore \begin{cases} -\frac{1}{2}+2=-\frac{n}{m}, \\ \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 = -\frac{1}{m^2}, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m=-1, \\ n=\frac{3}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=1, \\ n=-\frac{3}{2} \text{ (舍)}. \end{cases}$$

$$\therefore m-n=-1-\frac{3}{2}=-\frac{5}{2}.$$

答案 $-\frac{5}{2}$

8. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数. 当 $x>0$ 时, $f(x)=x^2-2x$, 则不等式 $f(x)>x$ 的解集用区间表示为_____.

解析 设 $x < 0$, 则 $-x > 0$,

因为 $f(x)$ 是奇函数, 所以 $f(x) = -f(-x) = -(x^2 + 2x)$.

又 $f(0) = 0$.

于是不等式 $f(x) > x$ 等价于 $\begin{cases} x > 0, \\ x^2 - 2x > x \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x < 0, \\ -x^2 - 2x > x, \end{cases}$

解得 $x > 3$ 或 $-3 < x < 0$.

故不等式的解集为 $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$.

答案 $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$

9. 某商品每件成本价为 80 元, 售价为 100 元, 每天售出 100 件. 若售价降低 x 成 (1 成 $= 10\%$),

售出商品数量就增加 $\frac{8}{5}x$ 成. 要求售价不能低于成本价.

(1) 设该商店一天的营业额为 y , 试求 y 与 x 之间的函数关系式 $y = f(x)$, 并写出定义域;

(2) 若再要求该商品一天营业额至少为 10260 元, 求 x 的取值范围.

解 (1) 由题意得, $y = 100\left(1 - \frac{x}{10}\right) 100\left(1 + \frac{8}{50}x\right)$.

因为售价不能低于成本价, 所以 $100\left(1 - \frac{x}{10}\right) - 80 \geq 0$, 解得 $0 \leq x \leq 2$.

所以 $y = f(x) = 40(10 - x)(25 + 4x)$,

定义域为 $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$.

(2) 由题意得 $40(10 - x)(25 + 4x) \geq 10260$,

化简得 $8x^2 - 30x + 13 \leq 0$, 解得 $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{13}{4}$.

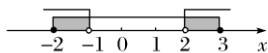
所以 x 的取值范围是 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$.

10. 不等式: $0 < x^2 - x - 2 \leq 4$.

解 原不等式等价于

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0, \\ x^2 - x - 2 \leq 4, \end{cases} \quad \text{可得} \begin{cases} x > 2 \text{ 或 } x < -1, \\ -2 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

借助于数轴, 如图所示,



$\therefore$ 原不等式的解集为 $\{x | -2 \leq x < -1 \text{ 或 } 2 < x \leq 3\}$.