《基本不等式及其应用》学习指南

目标与建议

**【使用说明】**

基本不等式在知识体系中起了承上启下的作用，同时在生活及生产实际中有着广泛的应用，基本不等式是从大量数学问题和现实问题中抽象出来的一个模型，在公式推导中所蕴涵的数学思想方法如数形结合、抽象归纳等在各种不等式的研究中均有着广泛的应用；另外，在解决函数最值问题中，基本不等式也起着重要的作用，需要掌握基本不等式；并结合具体实例，能用基本不等式解决简单的最大值或最小值问题.

**【学法指导】**

大家对于这部分题目可能会有一种难者不会，会者不难的感觉。希望通过我们这一专题的设计能够让大家都在原有基础上有所收获。原本会的同学们能够对问题认识的更加系统和深刻；原本不太会的同学们也可以有招去试着做做。同学们可以先自己独自推导基本不等式及其相关结论，然后遵守一定之规尝试着去做做。同学们可以通过教师的讲解、图形的直观分析来帮助理解和掌握本节课的教学内容。

**【主要方法】**

1、数形之间架起一座桥——数形结合的思想方法；

2、化归与转化的思想方法；

**【教学目标】**

1.同学们通过可以自己独立尝试推导证明基本不等式，并能够理解其几何含义.

2.同学们能够结合具体实例，能用基本不等式解决简单的最大值或最小值问题.

**【教学重点】**

1、理解并掌握基本不等式的形式；

2、会用基本不等式求最大值与最小值。

**【教学难点】**

知识之间的牵引和综合应用能力的提升。

**【学习任务单】**

1.基本不等式:

(1)基本不等式成立的条件:*a*≥0,*b*≥0.

(2)等号成立的条件:当且仅当*a*＝*b*时取等号.

(3)其中称为正数*a*,*b*的算术平均数,称为正数*a*,*b*的几何平均数.

2.两个重要的不等式

(1)*a*2＋*b*2≥2*ab*(*a*,*b*∈**R**),当且仅当*a*＝*b*时取等号.

(2)** (*a*,*b*∈**R**),当且仅当*a*＝*b*时取等号.

3.利用基本不等式求最值

已知*x*≥0,*y*≥0,则

(1)如果积是定值*p*,那么当且仅当*x*＝*y*时,*x*＋*y*有最小值是2(简记:积定和最小).

(2)如果和*x*＋*y*是定值*s*,那么当且仅当*x*＝*y*时,*xy*有最大值是(简记:和定积最大).

**【自学检测】**

1.判断下列结论正误(在括号内打“√”或“×”)

(1)两个不等式*a*2＋*b*2≥2*ab*与≥成立的条件是相同的.(　　)

(2)函数*y*＝*x*＋的最小值是2.(　　)

(3)函数*f*(*x*)＝sin *x*＋的最小值为4.(　　)

(4)*x*＞0且*y*＞0是＋≥2的充要条件.(　　)

2.若*x*>0,*y*>0,且*x*＋*y*＝18,则的最大值为(　　)

A.9 B.18 C.36 D.81

3.若*x*<0,则*x*＋(　　)

A.有最小值,且最小值为2 　 B.有最大值,且最大值为2

C.有最小值,且最小值为－2 　 D.有最大值,且最大值为－2

4.已知*f*(*x*)＝,则*f*(*x*)在**上的最小值为(　　)

A. B. C.－1 D.0

5.一段长为30 m的篱笆围成一个一边靠墙的矩形菜园,墙长18 m,则这个矩形的长为\_\_\_\_\_\_\_\_m,宽为\_\_\_\_\_\_\_\_m时菜园面积最大.

答案：1.(1)×　(2)×　(3)×　(4)×

2.A.解析　因为*x*＋*y*＝18，所以≤＝9，当且仅当*x*＝*y*＝9时，等号成立.

3.D 解析　因为*x*<0，所以－*x*>0，－*x*＋≥2＝2，当且仅当*x*＝－1时，等号成立，所以*x*＋≤－2.

4.D解析　*f*(*x*)＝＝*x*＋－2≥2－2＝0，当且仅当*x*＝，即*x*＝1时取等号.

又1∈，所以*f*(*x*)在上的最小值为0.

5.15，解析　设矩形的长为*x* m，宽为*y* m.则*x*＋2*y*＝30，

所以*S*＝*xy*＝*x*·(2*y*)≤＝，

当且仅当*x*＝2*y*，即*x*＝15，*y*＝时取等号.

**二、学生听老师的教学视频**

1.判断下列结论正误(在括号内打“√”或“×”)

(1)两个不等式*a*2＋*b*2≥2*ab*与≥成立的条件是相同的.(　　)

(2)函数*y*＝*x*＋的最小值是2.(　　)

(3)函数*f*(*x*)＝sin *x*＋的最小值为4.(　　)

(4)*x*＞0且*y*＞0是＋≥2的充要条件.(　　)

解析

(1)不等式*a*2＋*b*2≥2*ab*成立的条件是*a*,*b*∈**R**;不等式≥成立的条件是*a*≥0,*b*≥0.

(2)函数*y*＝*x*＋的值域是(－∞,－2]∪[2,＋∞),没有最小值.

(3)函数*f*(*x*)＝sin *x*＋没有最小值.

(4)*x*>0且*y*>0是＋≥2的充分不必要条件.

答案　(1)×　(2)×　(3)×　(4)×

考点一　利用基本不等式求最值

角度1　利用配凑法求最值

例1.已知*x*<,则*f*(*x*)＝4*x*－2＋的最大值为\_\_\_\_\_\_.

解析：因为*x*<,所以5－4*x*>0,则

.

当且仅当5－4*x*＝,即*x*＝1时,等号成立.故*f*(*x*)＝4*x*－2＋的最大值为1.

答案：1

角度2　利用常数代换法求最值

例2.已知*x*>0，*y*>0，且2*x*＋*y*＝1，则＋的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_；

解析　(1)∵*x*>0，*y*>0，且2*x*＋*y*＝1，∴.当且仅当

时，取等号．

角度3　基本不等式积(*ab*)与和(*a*＋*b*)的转化

例3 .正数*a*,*b*满足*ab*＝*a*＋*b*＋3,则*ab*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　∵*a*,*b*是正数,∴*ab*＝*a*＋*b*＋3≥2＋3,解得≥3,即*ab*≥9.

答案　[9,＋∞)

变式迁移： 本例已知条件不变,求*a*＋*b*的最小值.

解　∵*a*>0,*b*>0,∴,即,整理得(*a*＋*b*)2－4(*a*＋*b*)－12≥0,解得*a*＋*b*≥6或*a*＋*b*≤－2(舍).故*a*＋*b*的最小值为6.

考点二　基本不等式在实际问题中的应用

例4 .一段长为30 m的篱笆围成一个一边靠墙的矩形菜园,墙长18 m,则这个矩形的长为\_\_\_\_\_\_\_\_m,宽为\_\_\_\_\_\_\_\_m时菜园面积最大.

解析　设矩形的长为*x* m,宽为*y* m.则*x*＋2*y*＝30,所以,当且仅当*x*＝2*y*,即*x*＝15,*y*＝时取等号.

答案　15

[思维升华]

1.基本不等式具有将“和式”转化为“积式”和将“积式”转化为“和式”的放缩功能,常常用于比较数(式)的大小或证明不等式,解决问题的关键是分析不等式两边的结构特点,选择好利用基本不等式的切入点.

2.对于基本不等式,不仅要记住原始形式,而且还要掌握它的几种变形形式及公式的逆用等,例如:,等,同时还要注意不等式成立的条件和等号成立的条件.

[易错防范]

1.使用基本不等式求最值,“一正”“二定”“三相等”三个条件缺一不可.

2.对使用基本不等式时等号取不到的情况,可考虑使用函数*y*＝*x*＋(*m*>0)的单调性.