

《集合与逻辑综合》学习指南

目标与建议

常用逻辑用语是数学语言的重要组成部分，是数学表达和交流的工具，是逻辑思维的基本语言。本单元的学习，可以帮助学生使用常用逻辑用语表达数学对象，进行数学推理，体会常用逻辑用语在表述数学内容和论证数学结论中的作用，提升交流的严谨性与准确性。

内容包括：必要条件、充分条件、充要条件，全称量词、存在量词、全称量词命题与存在量词命题的否定。

(1) 必要条件、充分条件、充要条件

- ①通过对典型数学命题的梳理，理解必要条件的意义，理解性质定理与必要条件的关系。
- ②通过对典型数学命题的梳理，理解充分条件的意义，理解判定定理与充分条件的关系。
- ③通过对典型数学命题的梳理，理解充要条件的意义，理解数学定义与充要条件的关系。

(2) 全称量词与存在量词

通过已知的数学实例，理解全称量词与存在量词的意义。

(3) 全称量词命题与存在量词命题的否定

- ①能正确使用存在量词对全称量词命题进行否定。
- ②能正确使用全称量词对存在量词命题进行否定。

一、考情总览

集合与逻辑综合问题，在高考试题中多以选择题和填空题为主多注重与其他知识的交汇。一般而言，难度适中。

二、知识回归

常用逻辑用语：必要条件、充分条件、充要条件，全称量词、存在量词、全称量词命题与存在量词命题的否定。

三、例题解析

例 1 设 A, B 是 R 的两个子集，对任意 $x \in R$ ，定义：

$$m = \begin{cases} 0, & x \notin A \\ 1, & x \in A \end{cases}, \quad n = \begin{cases} 0, & x \notin B \\ 1, & x \in B \end{cases}, \quad \text{若 } A \subseteq B, \text{ 则对于任意 } x \in R, \text{ ① } m(1-n) = \underline{\hspace{2cm}};$$

②若对任意 $x \in R$ ， $m+n=1$ ，则 A, B 的关系为_____.

例2 设 U 为全集, A, B 是集合, 则“存在集合 C 使得 $A \subseteq C, B \subseteq C_U C$ ”是“ $A \cap B = \emptyset$ ”的()

A. 充分而不必要的条件
B. 必要而不充分的条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要的条件

例3 设 A, B 是有限集, 定义: $d(A, B) = \text{card}(A \cup B) - \text{card}(A \cap B)$, 其中 $\text{card}(A)$ 表示有限集 A 中元素的个数.

命题①: 对任意有限集 A, B , “ $A \neq B$ ”是“ $d(A, B) > 0$ ”的充分必要条件;

命题②: 对任意有限集 A, B, C , $d(A, C) \leq d(A, B) + d(B, C)$

下列说法正确的是 ()

- A. 命题①和命题②都成立
B. 命题①和命题②都不成立
C. 命题①成立, 命题②不成立
D. 命题①不成立, 命题②成立

例4 设 $\vec{a}, \vec{b}$ 均为单位向量, 则“ $|\vec{a} - 3\vec{b}| = |3\vec{a} + \vec{b}|$ ”是“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”的()

- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

例5 已知命题: “ $\exists x \in \{x | -1 < x < 1\}$, 使等式 $x^2 - x - m = 0$ 成立”是真命题.

(1) 求实数 m 的取值集合 M ;

(2) 设不等式 $(x-a)(x+a-2) < 0$ 的解集为 N , 若“ $x \in N$ ”是“ $x \in M$ ”的必要条件, 求实数 a 的取值范围.

自学检测

1. 若关于 x 的不等式 $|x-1| < a$ 成立的充分条件是 $0 < x < 4$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $a \leq 1$ B. $a < 1$ C. $a > 3$ D. $a \geq 3$

2. 已知 $A = \{x | x^2 - 7x + 12 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - (a+1)x + a = 0\}$, 则“ $a \in \{1, 3, 4\}$ ”是“ $A \cup B$ 中所有元素和为 8”的 ()

- A: 充分不必要条件 B: 必要不充分条件
C: 充分必要条件 D: 既不充分也不必要条件

3. 设 $x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq 0$, 则“ $x > 1$ ”是“ $x + \frac{1}{x} > 2$ ”成立的_____条件

- A: 充分不必要条件 B: 必要不充分条件
C: 充分必要条件 D: 既不充分也不必要条件

4. 设命题 $p: |4x-3| \leq 1$; 命题 $q: x^2 - (2a+1)x + a(a+1) \leq 0$, 若 q 是 p 的必要不充分条件, 求实数 a 的取值范围.