

《全称量词与存在量词》学习指南

目标与建议

理解全称量词与存在量词的含义，会判断一个命题是全称命题还是特称命题及它们的真假，会改写全称或特称命题的否定.

【学习重难点】

学习重点：理解全称量词与存在量词的意义，能正确改写全称及特称命题的否定.

学习难点：正确的判断全称命题与特称命题的真假.

【学习任务单】

一、知识梳理：

1、全称量词和存在量词

量词名称	常见量词	表示符号
全称量词		_____.
存在量词		_____.

2、全称命题和特称命题

命题名称	命题结构	命题简记
全称命题	对 M 中任意一个 x, 有 p(x) 成立	_____.
特称命题	存在 M 中的一个 x_0 , 使 p(x_0) 成立	_____.

3、含有一个量词的命题的否定

全称命题 P: $\forall x \in M, p(x)$ 它的否定 $\neg P$: _____

特称命题 P: $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ 它的否定 $\neg P$: _____

二、考点突破

考点一：全称命题与特称命题的真假判断

典例 1 (1) 下列命题中的假命题是 ()

A. $\forall x \in \mathbb{R}, 2^{x-1} > 0$ B. $\forall x \in \mathbb{N}^*, (x-1)^2 > 0$

C. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, \lg x_0 < 1$ D. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, \tan x_0 = 2$

(2) 下列命题中, 真命题是 ()

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 1 > 0$ B. $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \sin(\alpha + \beta) < \sin \alpha + \sin \beta$

C. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 - x_0 + 1 = 0$ D. $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \sin(\alpha + \beta) = \cos \alpha + \cos \beta$

1. 全称命题真假的判断方法

2. 特称命题真假的判断方法

变式：命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, 2x_0^2 - 3ax_0 + 9 < 0$ ”为假命题，则实数 a 的取值范围为_____.

考点二：含有一个量词的命题的否定

典例 2 (1) 设命题 $p: \exists n_0 \in \mathbb{N}, n_0^2 > 2^{n_0}$, 则 $\neg p$ 为 ()

- A. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 2^n$ B. $\exists n_0 \in \mathbb{N}, n_0^2 \leq 2^{n_0}$
C. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 \leq 2^n$ D. $\exists n_0 \in \mathbb{N}, n_0^2 = 2^{n_0}$

(2) 命题“ $\forall n \in \mathbb{N}^*, f(n) \in \mathbb{N}^*$ 且 $f(n) \leq n$ ”的否定是 ()

- A. $\forall n \in \mathbb{N}^*, f(n) \notin \mathbb{N}^*$ 且 $f(n) > n$
B. $\forall n \in \mathbb{N}^*, f(n) \notin \mathbb{N}^*$ 或 $f(n) > n$
C. $\exists n_0 \in \mathbb{N}^*, f(n_0) \notin \mathbb{N}^*$ 且 $f(n_0) > n_0$
D. $\exists n_0 \in \mathbb{N}^*, f(n_0) \notin \mathbb{N}^*$ 或 $f(n_0) > n_0$

含有一个量词的命题的否定

【易错辨析】

- 1、命题“有的能被 2 整除的整数是奇数”，其否定为_____。
2、命题“能被 5 整除的数，末位是 0”的否定是_____。

四、课堂小结：

- 1、全称命题与特称命题真假的判断方法
2、含有一个量词的命题的否定

自学检测

1、下列命题中的真命题是()

A. $\exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $\sin x_0 \cos x_0 = \frac{3}{5}$

B. $\exists x_0 \in (-\infty, 0)$, $2x_0 > 1$

C. $\forall x \in \mathbf{R}$, $x^2 \geq x - 1$

D. $\forall x \in (0, \pi)$, $\sin x > \cos x$

2、已知命题 $p: \forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) \geq 0$, 则 p 的否定形式是 ()

A. $\exists x_1, x_2 \in \mathbf{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) \leq 0$

B. $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) \leq 0$

C. $\exists x_1, x_2 \in \mathbf{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) < 0$

D. $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) < 0$