

《集合中的新定义问题》学习指南

目标与建议

本节课的目标为：

掌握集合中的新定义问题解决的一般思路；

加强审题能力；

实现对知识的转化与划归、逻辑思维能力、运算能力的提升，锻炼心理素质和思维敏捷性。

一、定义一种新的运算形式

例 1 定义集合运算： $A \odot B = \{Z \mid Z = xy, x \in A, y \in B\}$ ，设集合 $A = \{-1, 0, 2\}$ ， $B = \{\sin 1, \cos 1\}$ ，则集合 $A \odot B$ 的所有元素之和为()

- A. 1
B. -1
C. $\sqrt{2} \cos(1 - \frac{\pi}{4})$
D. $\sqrt{2} \sin(1 - \frac{\pi}{4})$

例 2 设 S 是整数集 Z 的非空子集，如果 $\forall a, b \in S$ ，有 $ab \in S$ ，则称 S 关于数的乘法是封闭的，若 T, V 是 Z 的两个不相交的非空子集， $T \cup V = Z$ ，且 $\forall a, b, c \in T$ ，有 $abc \in T$ ； $\forall x, y, z \in V$ ，有 $xyz \in V$ ，则下列结论恒成立的是()

- A. T, V 中至少有一个关于乘法是封闭的
B. T, V 中至多有一个关于乘法是封闭的
C. T, V 中有且只有一个关于乘法是封闭的
D. T, V 中每一个关于乘法都是封闭的

二、定义一种新的集合形式

例 3 (多选) 在整数集 Z 中，被 5 除所得余数为 k 的所有整数组成的一个集合称为“类”，记为 $[k]$ ，即 $[k] = \{5n + k \mid n \in Z\}$ ， $k = 0, 1, 2, 3, 4$ 。则下列选项中正确的()

- A. $2013 \in [3]$
B. $-2 \in [2]$
C. $Z = [0] \cup [1] \cup [2] \cup [3] \cup [4]$
D. 若整数 a, b 属于同一“类”，则 $a - b \in [0]$

自学检测

1、定义集合 A 与 B 的运算： $A \odot B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B, \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$ ，已知集合

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{3, 4, 5, 6\}$ ，则 $(A \odot B) \odot B$ 为()

A. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

B. $\{1, 2, 3, 4\}$

C. $\{1, 2\}$

D. $\{3, 4, 5, 6, 7\}$

2、设 M, P 是两个非空集合，定义 M 与 P 的差集为 $M - P = \{x | x \in M, \text{ 且 } x \notin P\}$ ，则

$M - (M - P) =$ ()

A. P

B. $M \cap P$

C. $M \cup P$

D. M

3、设 $P = \{3, 4, 5\}$ ， $Q = \{4, 5, 6, 7\}$ ，定义 $P * Q = \{(a, b) | a \in P, b \in Q\}$ ，则 $P * Q$ 中元素的个数为()

A. 3

B. 4

C. 7

D. 12

答案：BBD