

《充分条件与必要条件》学习指南

目标与建议

- 1、正确理解充分不必要条件、必要不充分条件的概念；会判断命题的充分条件、必要条件。
- 2、通过对充分条件、必要条件的概念的理解和运用，培养学生分析、判断和归纳的逻辑思维能力。
- 3、通过举例，在观察和思考中，在解题和证明题中，学生获得思维能力的严谨性的品质

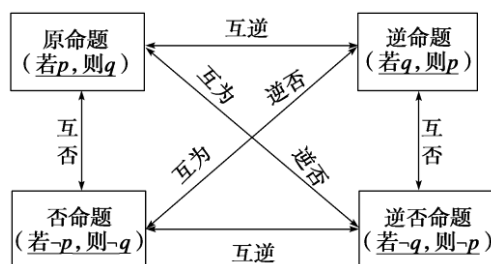
学法指导：

- 1、对充分条件、必要条件和充分必要条件这三个概念分别先从实际问题引起概念，再详细讲述概念，最后再应用概念。
- 2、分清命题的条件和结论，看是条件能推出结论还是结论能推出条件，通过学习，使学生明白对条件的判定应该归结为判断命题的真假。

学习任务单：

一、知识梳理

- 1、命题：可以判断真假的语句.可写成“若 P 则 q ”的形式.
- 2、四种命题及其相互关系：



- 3、充分条件与必要条件的定义：如果命题“若 p ，则 q ”为真命题，即 $p \Rightarrow q$ ，那么我们就说 p 是 q 的充分条件； q 是 p 必要条件。记作： $p \Rightarrow q$ 。
- 4、充要条件的定义：一般地,如果既有 $p \Rightarrow q$ ，又有 $q \Rightarrow p$ 就记作 $p \Leftrightarrow q$ 。

此时,我们说,那么 p 是 q 的充分必要条件,简称充要条件.显然,如果 p 是 q 的充要条件,那么 q 也是 p 的充要条件.

概括地说,如果 $p \Leftrightarrow q$,那么 p 与 q 互为充要条件.

二、例题讲解

【例 1】指出下列各组命题中， p 是 q 的什么条件

$$p: a = b \quad q: a + c = b + c$$

解：因为 $p: a = b \Leftrightarrow q: a + c = b + c$ ，所以 p 是 q 的充分必要条件。

$$\text{变式一: } p: a = b \quad q: ac = bc$$

$$\text{变式二: } p: ac = bc \quad q: a = b$$

$$\text{变式三: } p: a > b \quad q: ac > bc$$

解：变式一：因为 $p: a = b \Rightarrow q: ac = bc$

但 $p: a = b \nLeftarrow q: ac = bc$ ，所以 p 是 q 的充分不必要条件。

变式二：因为 $p: ac = bc \Rightarrow q: a = b$ ，且 $p: ac = bc \Leftarrow q: a = b$

所以 p 是 q 的必要不充分条件

变式三：因为 $p: a > b \Rightarrow q: ac > bc$ ，且 $p: a > b \nLeftarrow q: ac > bc$

所以 p 是 q 的既不充分也不必要条件。

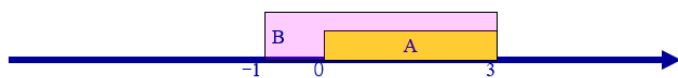
【问题 1】充分条件与必要条件分几类？

1. 若 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$ ，则 p 是 q 的充要条件；
2. 若 $p \Rightarrow q$ 且 $q \nRightarrow p$ ，则 p 是 q 的充分不必要条件；
3. 若 $p \nRightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$ ，则 p 是 q 的必要不充分条件；
4. 若 $p \nRightarrow q$ 且 $p \nLeftarrow q$ ，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件

【例 2】用“充分不必要条件，必要不充分条件，充要条件，既不充分也不必要条件”填空：

若 $p: A = \{x | 0 < x < 3\}$ ， $q: B = \{x | -1 < x < 3\}$ ，

则 p 是 q 的_____条件。



解： p 是 q 的充分不必要条件

集合法（图形分析）

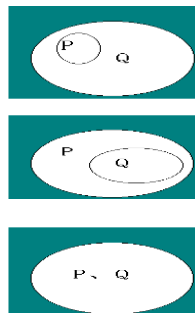
【问题 2】从集合与集合之间的关系上看，如何定义充分条件与必要条件？

若 $p: x \in P, q: x \in Q$.

①若 $P \subset Q$ ，则 p 是 q 的充分不必要条件

②若 $P \supset Q$ ，则 p 是 q 的必要不充分条件

③若 $P = Q$ ，则 p 是 q 的充分必要条件



④若 $P \not\subset Q$ 且 $Q \not\subset P$ ，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件

【例 3】如果甲是乙的必要而不充分条件，丙是乙的充要条件，那么丙是甲的（ ）

- (A) 充分必要条件
- (B) 必要不充分条件
- (C) 充分不必要条件
- (D) 不充分也不必要条件

定义法（推出符号）

【问题 3】判断充分、必要条件的基本步骤有哪些？

第一步：认清条件和结论；

第二步：考察 $p \Rightarrow q$ 和 $q \Rightarrow p$ 的真假；

第三步：下结论。

【问题 4】判断充分、必要条件的基本策略是什么？

核心是：考察 $p \Rightarrow q$ 和 $q \Rightarrow p$ 的真假；

1. 否定一个命题只要举出反例即可

2. 当原命题不易判断时，可将命题等价转化为另一个便于判断真假的命题再判断

(1) 先化简再判断

(2) 化为原命题的逆否命题再判断

【问题 5】判断充分、必要条件的基本方法是什么？

1、定义法：正反方向推，若 $p \Rightarrow q$ ，则 p 是 q 的充分条件（或 q 是 p 的必要条件）...

2、集合法：利用集合之间的包含关系

【归纳小结】

一、充分条件与必要条件的定义

二、充分条件与必要条件的判断方法：

定义法 集合法

三、考察 $p \Rightarrow q$ 和 $q \Rightarrow p$ 的真假

- (1) 认清命题的条件和结论;
- (2) 先化简再判断
- (3) 化为原命题的逆否命题再判断

自学检测

练习 1、已知 i 是虚数单位, $a \in \mathbb{R}$, 则“ $a=1$ ”是“ $(a+i)^2$ 为纯虚数”的 ()

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

练习 2、填写“充分不必要, 必要不充分, 充要, 既不充分又不必要。”

1) $\sin A > \sin B$ 是 $A > B$ 的 _____ 条件。

2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A > \sin B$ 是 $A > B$ 的 _____ 条件。

练习 3、 $a > b$ 成立的充分不必要的条件是 ()

- A. $ac > bc$
- B. $a/c > b/c$
- C. $a+c > b+c$
- D. $a^2 > b^2$

练习 4、设集合 $M = \{x | x > 2\}$, $N = \{x | x < 3\}$, 那么“ $x \in M$ 或 $x \in N$ ”是“ $x \in M \cap N$ ”的 ()

- A. 充要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分不必要
- D. 不充分不必要