

含参不等式的解法学习反馈答案

1、若 $0 < a < 1$ ，则不等式 $(a-x)(x-\frac{1}{a}) > 0$ 的解集是_____.

答案 $\{x|a < x < \frac{1}{a}\}$

解析 原不等式即 $(x-a)(x-\frac{1}{a}) < 0$,

由 $0 < a < 1$ 得 $a < \frac{1}{a}$, $\therefore a < x < \frac{1}{a}$.

2、解关于 x 的不等式: $[(m+3)x-1](x+1) > 0$ ($m \in \mathbf{R}$).

解析: 因为不等式的类型取决于 $m+3$ 是否为零, 对其分类讨论.

当 $m+3=0$ 时, 不等式为一次不等式, 原不等式可化为 $x+1 < 0$, 解集为 $\{x|x < -1\}$.

当 $m+3 \neq 0$ 时, 不等式为二次不等式, 需将不等式化为 $(x-x_1)(x-x_2) > 0$ (或 < 0) 的形式, 两边同除以 $m+3$, 因其符号不确定使同解变形的结果不确定, 所以应考虑 $m+3$ 的正负号:

(1) 当 $m+3 > 0$ 时, 原不等式可化为 $(x - \frac{1}{m+3})(x+1) > 0$.

$\because -1 < 0 < \frac{1}{m+3}$, $\therefore$ 不等式的解集为: $\{x|x < -1 \text{ 或 } x > \frac{1}{m+3}\}$.

(2) 当 $m+3 < 0$ 时, 原不等式可化为 $(x - \frac{1}{m+3})(x+1) < 0$, 此时相应一元二次方程的

两根 $\frac{1}{m+3}$ 与 -1 大小不确定, 从而影响到解的结构, 作差比较这两个数的大小:

$\frac{1}{m+3} - (-1) = \frac{m+4}{m+3}$, 继续对 m 分类讨论:

(i) 当 $-4 < m < -3$ 时, $\frac{1}{m+3} < -1$, 原不等式的解集为 $\{x|\frac{1}{m+3} < x < -1\}$.

(ii) 当 $m = -4$ 时, $\frac{1}{m+3} = -1$, 原不等式解集为 $\emptyset$;

(iii) 当 $m < -4$ 时, $-1 < \frac{1}{m+3}$, 原不等式的解集为: $\{x|-1 < x < \frac{1}{m+3}\}$.

综上知,

当 $m < -4$ 时, 原不等式的解集为: $\{x|-1 < x < \frac{1}{m+3}\}$;

当 $m = -4$ 时, 原不等式解集为 $\emptyset$;

当 $-4 < m < -3$ 时, 原不等式的解集为 $\{x | \frac{1}{m+3} < x < -1\}$;

当 $m+3=0$ 时, 原不等式的解集为: $\{x | x < -1\}$;

当 $m > -3$ 时, 原不等式的解集为: $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > \frac{1}{m+3}\}$.

3、已知不等式 $ax^2-3x+2>0$ 的解集为 $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > b\}$.

(1)求 a, b 的值;

(2)解不等式 $ax^2-(am+b)x+bm < 0$.

解析 (1)根据题意,得方程 $ax^2-3x+2=0$ 的两个根为 1 和 b ,

$\therefore$ 由根与系数的关系,得 $\begin{cases} 1+b=\frac{3}{a}, \\ 1 \times b=\frac{2}{a}, \end{cases}$ 解之得 $a=1, b=2$.

(2)由(1)知不等式 $ax^2-(am+b)x+bm < 0$ 即为不等式 $x^2-(m+2)x+2m < 0$,

因式分解,得 $(x-m)(x-2) < 0$,

①当 $m=2$ 时,原不等式的解集为 $\emptyset$;

②当 $m < 2$ 时,原不等式的解集为 $(m, 2)$;

③当 $m > 2$ 时,原不等式的解集为 $(2, m)$.