

《从函数的观点看一元二次方程和一元二次不等式》学程拓展答案

1. 已知函数 $f(x) = -x^2 + ax + b^2 - b + 1 (a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R})$, 对任意实数 x 都有 $f(1-x) = f(1+x)$ 成立, 当 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立, 则 b 的取值范围是()

- A. $-1 < b < 0$
B. $b > 2$
C. $b < -1$ 或 $b > 2$
D. 不能确定

答案 C

解析 由 $f(1-x)=f(1+x)$ 知 $f(x)$ 图象的对称轴为直线 $x=1$,

则有 $\frac{a}{2} = 1$, 故 $a = 2$.

由 $f(x)$ 的图象可知 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上为增函数.

$$\therefore x \in [-1, 1] \text{ 时, } f(x)_{\min} = f(-1) = -1 - 2 + b^2 - b + 1 = b^2 - b - 2,$$

令 $b^2 - b - 2 > 0$, 解得 $b < -1$ 或 $b > 2$.

2. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 - 4x$, 那么, 不等式 $f(x+2) < 5$ 的解集是 _____.

答案 $\{x|-7 < x < 3\}$

解析 令 $x < 0$, 则 $-x > 0$, $\because x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 - 4x$, $\therefore f(-x) = (-x)^2 - 4(-x) = x^2 + 4x$, 又 $f(x)$ 为

偶函数, $\therefore f(-x)=f(x)$, $\therefore x<0$ 时, $f(x)=x^2+4x$, 故有 $f(x)=\begin{cases} x^2-4x, & x\geq 0, \\ x^2+4x, & x<0. \end{cases}$ 再求 $f(x)<5$ 的解,

由 $\begin{cases} x \geq 0, \\ x^2 - 4x < 5, \end{cases}$ 得 $0 \leq x < 5$; 由 $\begin{cases} x < 0, \\ x^2 + 4x < 5, \end{cases}$

得 $-5 < x < 0$, 即 $f(x) < 5$ 的解集为 $(-5, 5)$.

由于 $f(x)$ 向左平移两个单位即得 $f(x+2)$,

故 $f(x+2) < 5$ 的解集为 $\{x | -7 < x < 3\}$.