**9年级（上）数学第2课时（第1周） 学程拓展**

**21.2 解一元二次方程 （1）——直接开平方法**

同学们，本节课我们学习了用直接开平方法解一元二次方程，通过学习，我们知道利用直接开平方法可以将一元二次方程转化为一元一次方程，而这个转化的依据就是我们以前学习的平方根的意义。通过对以往知识的迁移应用以及数学思想的引领，我们把知识再一次串联起来，发挥了数学的工具性作用。在本章的学习中，请同学们关注数学思想的应用，在方程的解法中包含很多数学思想：化归、转化、分类等.一元二次方程的解法有很多种，也有各具特点的题，只要我们明确解题思路，运用恰当方法，即可求解一元二次方程，甚至可以推广到求解多元高次方程.

让我们一起来分析在直接开方法解一元二次方程中所蕴含的数学思想吧！

1. **化归**

**根据方程的定义：含有未知数的等式叫做方程.**

**求方程的解即求出此方程未知数的值.**

在前面学习的一元一次方程，二元一次方程组，分式方程中，我们都要对其求解，最终目标都是要通过运算律、恒等变形得到方程解的形式*x*=*a*.

同时我们在处理一般问题时，往往先从简单问题，简单形式入手，再逐步推广到具有一般代表性的形式.比如：在一元一次方程中，先学习的是解一元一次方程*x* -2=0，我们利用等式性质1得到*x*=2. 而对于3*x*=6，利用等式性质2进行求解，再推广到一般形式，利用等式性质化归为*x*=*a*的形式. 这种数学思想就是化归思想，它是我们研究数学问题，处理实际问题的基本思想，能帮我们把问题逐步化繁为简.

资料：花拉子米是对欧洲数学影响最大的中世纪阿拉伯数学家，他所著的《还原与对消计算概要》一书在12世纪被译成拉丁文，在欧洲产生巨大反响。

花拉子米把一些有关分析财产、商业交易、丈量土地等实际问题化为一次或二次方程的求解问题，他把未知量称为“硬币”，“东西”或植物的“根”，

我们把方程中的未知数叫做“根”正是来源于此。

这些方程由下列三种量构成：根、平方和数。根就是未知数*x*，平方就是*x*2，数就是常数项。花拉子米出于正系数的考虑，把二次方程化归为以下五种类型：

①平方等于根*ax*2=*bx* ；②平方等于数*ax*2=*c*；③平方和根等于数*ax*2+*bx=c*；

④平方和数等于根 *ax*2+*c=bx* ；⑤根和数等于平方 *ax*2*=bx*+*c* .

此书中用代数方式处理了一次方程组与二次方程，第一次给出了一元二次方程的一般代数解法，并用几何方法进行了证明，同时又引进了移项、合并同类项等代数运算，这为代数学作为“解方程的科学”开拓了道路.

花拉子米完整解决了二次方程的求解问题，并给出了我们现在所用的标准的求根公式。这宣告了二次方程的求解问题得到圆满解决，同时也开启了人们对更高次方程的探索.

**二、转化**

一元一次方程是我们解决方程问题的基础，之后在“元”方面推广，我们经历了二元一次方程组和三元一次方程组的求解，在求解过程中，我们初步经历了通过“消元”把多元转化为一元的过程，逐渐有意识的把新知转化成旧知.之后学习的分式方程，从形式上与整式方程有很大的区别，就在于分式要有意义，分母不为零，但这也难不倒我们，我们可以把分式方程通过分式及等式的基本性质，转化为整式，最后再对分母情况加以分析判断即可.我们学到的知识和方法，像拼图一样进行新组合，把新问题转化成已解决的问题，这是数学中又一重要思想——转化

那么我们把“次”进行推广，得到我们这一章所要探究的一元二次方程，该如何去解决呢？想必你肯定能想到“降次”就可以啦，把一元二次方程转化为一元一次方程.我们只需想一想，通过什么方式实现“降次”呢？

通过学习我们可知，开平方运算能够实现“降次”，这就需要我们回顾《实数》章节的相关知识，如果你还有不理解的地方，可以回顾相关知识，夯实基础，丰富提升.

例如：解分式方程，可化为一元二次方程的分式方程

 原方程两边同乘，得

 整理得

 对于具体求解过程，我们在今后的学习中还将丰富解法，但关键在于别忘记方程原本是分式方程，请关注对分母的检验哦.

 想想我们还会遇到什么样的方程呢？来看看这个方程组吧.

 例如：解方程组，可类比二元一次方程组的解法，进行“消元”.

 由①得③

 把③代入②得 

 再用一元二次方程的解法求出的值，代入③中，最后写成方程组解的形式即可.

掌握转化思想并举一反三，还可以解决其他很多方程，如高次方程转化为一元一次或一元二次方程，分式方程转化为整式方程，无理方程转化为有理方程，二元二次方程组转化为二元一次方程组.总之，本章学习的重要思想之一就是转化思想．

**三、分类**

我们先从简单问题入手，通过直接开平方法，求解形如的一元二次方程，我们运用的运算是“开平方”，对于开平方运算，我们同样保证二次根式有意义的情况下才可使用，即被开方数为非负数.

所以对于形如的一元二次方程，不是都有解的.需要对进行分类讨论：

**当>0时，一元二次方程有两个不相等的解；**

**当=0时，一元二次方程有两个相等的解；**

**当<0时，一元二次方程无实数根.**

所以当我们想用旧知解决新问题时，一定要注意旧知识有哪些约束条件，新知识有哪些新的结构特征

例如：

①若

则 ；

推广

若

则 ；

则 ；

 ②若 

则；

推广

若 

则；

③若 

则一元二次方程无实根；

 推广

若 

则一元二次方程无实根；

请同学们思考，如果是一元三次，一元四次方程，解的情况又是如何呢？南宋数学家秦九韶在他的著作《数书九章》中对高次方程进行了研究，他将増乘开方术推广到了高次方程的一般情形，将自己的方法称为“正负开方术”，并明确其开方程序可以用来求解一般的高次方程，可谓在高次方程数值求解领域的集大成者.感兴趣的同学可以去查阅资料，拓展视野.

通过对文献中一元二次方程求解思想的阅读和思考，我们感叹于前人对于数学的探索和钻研精神，也感受到了遇到问题勇于去解决，并且有解决问题的方式方法，先从简单问题入手，再丰富其形式特征，由特殊到一般，由简单到复杂，希望同学们也能把这些方法应用到今后的数学学习中.