

离散型随机变量的均值学习指南

【学习目标】

1. 通过实际问题，体会离散型随机变量均值的概念，理解离散型随机变量均值的线性性质，会计算简单的离散型随机变量的均值，并能解决一些简单的实际问题.
2. 通过离散型随机变量均值概念的探究形成，经历建构数学概念这一过程，学会概括、抽象数学问题的方法，通过简单的应用，提升数学应用意识.

【学法指导】

离散型随机变量的均值是刻画离散型随机变量取值的平均水平的指标，在实际问题中，离散型随机变量的均值具有广泛的应用性.

【学习过程】

(一) 引入新课

对于离散型随机变量，可以由它的概率分布列确定与该随机变量相关事件的概率. 但在实际问题中，有时我们更感兴趣的是随机变量的某些数字特征. 例如，要了解某班同学在一次数学测验中的总体水平，很重要的是看平均分；要了解某班同学数学成绩是否“两极分化”，则需要考察这个班数学成绩的方差. 我们能否用一些量来刻画随机变量的这些数字特征？

情境问题：某商场为满足市场需求要将单价分别为 18 元/kg，24 元/kg，36 元/kg 的 3 种糖果按 3: 2: 1 的比例混合销售，其中混合糖果中每一颗糖果的质量都相等，如何对混合糖果定价才合理？

(二) 抽象概念

思考 1: 合理价格中， $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ 的意义是什么？

思考 2: 如果在搅拌均匀的混合糖果中，任取一颗糖果，那么**权数**的意义是什么？

思考 3: 合理价格怎么用概率表示？

思考 4: 你能抽象概括出离散型随机变量的均值的定义吗？

离散型随机变量均值的定义：_____

(三) 巩固概念

例 1.在篮球比赛中, 罚球命中 1 次得 1 分, 不中得 0 分. 如果某运动员罚球命中的概率为 0.7, 那么 (1) 他罚球 1 次的得分 X 的均值是多少?

思考 5: 如果随机变量 X 服从两点分布, 那么它的均值与成功概率的关系是什么?

(1) **结论:** 如果随机变量 X 服从两点分布, 成功概率为 p , 那么 $E(X) =$ _____.

例 1.在篮球比赛中, 罚球命中 1 次得 1 分, 不中得 0 分. 如果某运动员罚球命中的概率为 0.7, 那么 (2) 他罚球 3 次的得分 X 的均值是多少?

思考 6: 如果随机变量 X 服从二项分布, 那么它的均值与成功概率的关系又是什么?

(2) **结论:** 如果随机变量 X 服从二项分布, 即 $X \sim B(n, p)$, 那么 $E(X) =$ _____.

小结: 若随机变量服从两点分布或二项分布, 求它的均值可以直接利用上面的公式.

课外思考: 若随机变量服从参数为 N, M, n 的超几何分布, 它的均值又怎么表示呢?

(四) 探究性质

问题：若 $Y=aX+b$ ，其中 a, b 为常数， X 为随机变量，则 Y 也是随机变量，那么 Y 的均值与 X 的均值有什么关系？

结论：随机变量的均值的性质： $E(aX + b) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(五) 新知应用

例 2. 一次单元测验由 20 个选择题构成,每个选择题有 4 个选项, 其中仅有一个选项正确, 每题选对得 5 分, 不选或选错不得分, 满分 100 分. 学生甲选对任意一题的概率为 0.9, 学生乙则在测验中对每题都从各选项中随机地选择一个. 求学生甲和学生乙在这次测验中的成绩的均值.

思考 7: 学生甲这次测试成绩一定会是 90 分吗? 他的均值为 90 的含义是什么? 例 1 第一问中这位运动员罚球 1 次得分是 0.7 分吗? 他的均值为 0.7 分的含义又是什么? 由此发现, 随机变量的均值与样本的平均值有何区别与联系?

例 3.根据气象预报, 某地区近期有小洪水的概率为 0.25, 有大洪水的概率为 0.01, 该地区某工地上有一台大型设备, 遇到大洪水时损失 60000 元, 遇到小洪水损失 10000 元. 为保护设备, 有以下 3 种方案:

方案 1: 运走设备, 搬运费为 3800 元;

方案 2: 建保护围墙, 建设费为 2000 元, 但围墙只能防小洪水;

方案 3: 不采取任何措施, 希望不发生洪水. 试比较哪一种方案好?

(六) 课堂总结

1. 离散型随机变量均值的定义;

2. 服从两点分布、二项分布的随机变量的均值公式:

(1) 如果随机变量 X 服从两点分布, 成功概率为 p , 那么 $E(X) =$ _____;

(2) 如果随机变量 X 服从二项分布, 即 $X \sim B(n, p)$, 那么 $E(X) =$ _____.

3. 离散型随机变量均值的性质: $E(aX + b) =$ _____;

4. 随机变量的均值与样本的平均值的联系与区别;

5. 应用离散型随机变量的均值解决简单的实际问题.