

独立重复试验与二项分布第 1 课时学习指南

【学习目标】

1. 理解 n 次独立重复试验和二项分布；
2. 会用独立重复试验和二项分布模型解决简单的实际问题 .

【学法指导】

独立重复试验是研究随机现象的重要途径,二项分布是来源于独立重复试验的概率模型,在学习过程中要注意两者的联系,抓住二项分布的特点,重视二项分布与超几何分布的区别.

【学习任务单】

【任务一】回顾已经学过的互斥事件,相互独立事件,以及条件概率的公式.

(1) $P(A+B) = P(A) + P(B)$ (当 A 与 B 互斥时)

(2) $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ (条件概率公式)

(3) $P(AB) = P(A)P(B)$ (当 A 与 B 相互独立时)

【任务二】下列问题中的试验有哪些共同点?

1. 掷一枚硬币 10 次,每次正面朝上的概率是 0.5;
2. 某人射击命中率是 0.8,他射击 6 次;
3. 一个盒子中装有 5 个球 (3 个红球和 2 个白球),有放回地依次从中摸出 4 个球;

共同点:

(1)

(2)

(3)

【任务三】提炼新知,总结概念

n 次独立重复试验:

【任务四】探究新知

问题: 投掷一枚图钉,设针尖向上的概率为 p ,相同条件下连续投掷 4 次,分别求:

- (1) 仅出现 1 次针尖向上的概率;
- (2) 出现 2 次针尖向上的概率;
- (3) 出现 3 次针尖向上的概率;

推广:

投掷一枚图钉, 设针尖向上的概率为 p , 相同条件下连续投掷4次, 记随机变量 X 为针尖向上的次数, X 可取0, 1, 2, 3, 4. 其分布列为

X	0	1	2	3	4
P	$C_4^0 \cdot p^0 (1-p)^4$	$C_4^1 p^1 (1-p)^3$	$C_4^2 p^2 (1-p)^2$	$C_4^3 p^3 (1-p)^1$	$C_4^4 \cdot p^4 (1-p)^0$

也可表示为

$$P(X = k) = C_4^k p^k (1-p)^{4-k}, k = 0, 1, 2, 3, 4.$$

C_4^k 是从4次投掷中选出 k 次向上,

$p^k (1-p)^{4-k}$ 是每一回 k 次向上的概率.

【任务五】归纳二项分布概念

一般地, 在 n 次独立重复试验中, 用 X 表示事件 A 发生的次数, 在每次试验中事件 A 发生的概率为 p , 则 $P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, 2, \dots, n$.

此时称随机变量 X 服从二项分布, 记作 $X \sim B(n, p)$, 并称 p 为成功概率.

【任务六】概念辨析

1. 二项分布与两点分布有何关系?
2. 二项分布与超几何分布有何区别和联系?

【任务七】典型例题

例 1 某射手每次射击击中目标的概率是 0.8. 求这名射手在 10 次射击中,

- (1) 恰有 8 次击中目标的概率;
- (2) 至少有 8 次击中目标的概率. (结果保留两个有效数字.)

练习：某射手射击 1 次，击中目标的概率是 0.8，现连续射击 3 次.

(1)第一次命中，后面两次不中的概率；

(2)恰有一次命中的概率；

(3)恰有两次命中的概率.

【任务八】小结提升

1. 理解独立重复试验和二项分布；
2. 概率公式含义；
3. 从实际背景中识别二项分布概率模型；

【任务九】课后思考

假定诸葛亮解出题目的概率是 0.9，三个臭皮匠独立解出题目的概率是 0.6，若皮匠中至少一人解出题目即胜出，则诸葛亮和臭皮匠团队哪个胜出的可能性大？