条件概率拓展提升任务答案

1．假定生男孩和生女孩是等可能的，在一个家庭中有 3 个小孩，已知这个家庭有一个小孩是女孩，问：至少有一个男孩的概率是多少?

错解：因为男女出生等可能，所以，当有一个小孩是女孩的情况，另一个小孩为男孩或女孩的概率依然是 $\frac{1}{2}$，引起错解的原因是：错误地理解了题意，本题不是为了求单个某一次是男孩还是女孩的概率，而是求在“有 3 个小孩，且有一个小孩是女孩”的前提条件下，“另一个是男孩”的概率.

正解:“有 3 个小孩，且有一个小孩是女孩”包含了以下 8 个等可能的基本事件, 且每个基本事件的发生是等可能的, 设基本事件的空间为Ω, B为“至少有一个是女孩”， A为“至少有一个是男孩”，

则

Ω={(女，男，女), (女，男，男), (女，女，男),(女，女，女),
(男，男，女), (男，男，男),(男，女，男) ,(男，女，女)}，

B={(女，男，女) (女，男，男) (女，女，男),(女，女，女),
(男，男，女),(男，女，男) ,(男，女，女)}，共 7 个基本事件.

AB={(女，男，女), (女，男，男), (女，女，男),
(男，男，女), (男，女，男) , (男，女，女)}，共 6 个基本事件.

所以，$P(B)=\frac{7}{8}$，$P(AB)=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$，所以，由条件概率公式得：$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{3/4}{7/8}=\frac{6}{7}$.

2．设 100 件产品中有 5 件次品, 不放回地抽取 2 件，每次抽 1 件，求在第一次抽取的是次品的条件下，第二次抽取的是正品的概率.

解法一：记事件 A：第一次抽取的是次品；记事件 B：第二次抽取的是正品.

所以在第一次抽取的是次品的条件下,第二次抽取的是正品的概率为：

$$P(B|A)=\frac{n(AB)}{n(A)}=\frac{5\times 95}{5\times 99}.$$

解法二：记事件 A：第一次抽取的是次品；记事件 B：第二次抽取的是正品，

所以在第一次抽取的是次品的条件下，第二次抽取的是正品的概率为：

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{5\times 95}{100\times 99}}{\frac{5\times 99}{100\times 99}}=\frac{95}{99}.$$

解法三：记事件 A：第一次抽取的是次品；记事件 B：第二次抽取的是正品.在第一次抽出次品的条件下，剩下的 99 件产品中有 95 件正品，所以在第一次抽取的是次品的条件下，第二次抽取的是正品的概率为：

$$P(B|A)=\frac{95}{99}.$$

3.一张储蓄卡的密码共 6 位数字，每位数字都可从 0～9 中任选一个．某人在银行自动提款机上取钱时，忘记了密码的最后一位数字，求：

(1）任意按最后一位数字，不超过 2 次就按对的概率；

(2）如果他记得密码的最后一位是偶数，不超过 2 次就按对的概率．

解：设第 i 次按对密码为事件 $A_i\,(i=1,2)$ ，则 $A=A_1\cup(\overline{A_1}A_2)$ 表示不超过 2 次就按对密码.

(1）因为事件 A_1 与事件 $\overline{A_1}A_2$ 互斥，由概率的加法公式得

$$P(A)=P(A_1)+P(\overline{A_1}A_2)=\frac{1}{10}+\frac{9\times1}{10\times9}=\frac{1}{5}.$$

(2）用 B 表示最后一位按偶数的事件，则

$$P(A|B)=P(A_1|B)+P(\overline{A_1}A_2|B)=\frac{1}{5}+\frac{4\times1}{5\times4}=\frac{2}{5}.$$