

函数模型在概率中的应用第 2 课时课后作业答案

1. 设 $0 < a < 1$, 则随机变量 X 的分布列是:

X	0	a	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

则当 a 在 $(0,1)$ 内增大时 (**D**)

A. $D(X)$ 增大

B. $D(X)$ 减小

C. $D(X)$ 先增大后减小

D. $D(X)$ 先减小后增大

【详解】 $E(X) = 0 \times \frac{1}{3} + a \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{3} = \frac{a+1}{3}$

$$D(X) = (0 - \frac{a+1}{3})^2 \times \frac{1}{3} + (a - \frac{a+1}{3})^2 \times \frac{1}{3} + (1 - \frac{a+1}{3})^2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}(a - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{6}$$

则当 a 在 $(0,1)$ 内增大时, $D(X)$ 先减小后增大。

【另解】可以通过画柱状图, 当 a 在 $(0,1)$ 内增大时, 观察数据的偏离程度也可以判断出

$D(X)$ 先减小后增大。

2. 已知一随机变量 ξ 的分布列如下表, 则随机变量 ξ 的方差 $D(\xi) =$ 11 .

ξ	0	4	8
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

【详解】 $E(\xi) = 0 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{1}{4} + 8 \times \frac{1}{2} = 5$

$$D(\xi) = (0-5)^2 \times \frac{1}{4} + (4-5)^2 \times \frac{1}{4} + (8-5)^2 \times \frac{1}{2} = 11$$

3. 设随机变量 ξ 的概率分布列如下表所示:

ξ	0	1	2
P	a	b	c

其中 a, b, c 成等差数列, 若随机变量 ξ 的均值为 $\frac{4}{3}$, 则 ξ 的方差为_____.

$$E(2\xi-1) = \underline{\hspace{2cm}}, \quad D(2\xi-1) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\text{【详解】} \begin{cases} a+b+c=1 \\ a+c=2b \\ 0 \cdot a+1 \cdot b+2 \cdot c=\frac{4}{3} \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} a=\frac{1}{6} \\ b=\frac{1}{3} \\ c=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{所以, } D(\xi) = (0-\frac{4}{3})^2 \times \frac{1}{6} + (1-\frac{4}{3})^2 \times \frac{1}{3} + (2-\frac{4}{3})^2 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{9}$$

$$E(2\xi-1) = 2E(\xi)-1 = 2 \times \frac{4}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

$$D(2\xi-1) = 2^2 D(\xi) = 4 \times \frac{5}{9} = \frac{20}{9}$$

4. 甲、乙两名工人加工同一种零件, 两人每天加工的零件数相等, 所出次品数分别为 X_1 , X_2 , 且 X_1 和 X_2 的分布列为:

X_1	0	1	2
P	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$
X_2	0	1	2
P	$\frac{5}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$

试比较两名工人谁的技术水平更高.

$$\text{【详解】 } E(X_1) = 0 \times \frac{6}{10} + 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{3}{10} = 0.7, \quad E(X_2) = 0 \times \frac{5}{10} + 1 \times \frac{3}{10} + 2 \times \frac{2}{10} = 0.7$$

所以 $E(X_1) = E(X_2)$, 说明两人出的次品数相当;

$$D(X_1) = (0-0.7)^2 \times \frac{6}{10} + (1-0.7)^2 \times \frac{1}{10} + (2-0.7)^2 \times \frac{3}{10} = 0.81$$

$$D(X_2) = (0-0.7)^2 \times \frac{5}{10} + (1-0.7)^2 \times \frac{3}{10} + (2-0.7)^2 \times \frac{2}{10} = 0.61$$

所以 $D(X_1) > D(X_2)$, 说明工人乙的技术比较稳定

所以, 可以认为工人乙的技术水平更高.