

离散型随机变量的分布列（第 2 课时）学习指南

【学习目标】

1. 通过对具体问题情境的分析，得出两点分布和超几何分布的概念，进一步体会数学抽象和数学建模的思想；
2. 通过对具体的分布列特征的分析，建立数学模型，经历从特殊到一般的过程，体验知识的形成过程；
3. 通过解决问题加深对两点分布和超几何分布的理解，体会数学来源于生活，又应用于生活的本质.

【学法指导】

离散型随机变量的分布列是高中阶段的重点内容，它作为概率与统计的桥梁与纽带，既是概率的延伸，也是学习统计学的理论基础，起到承上启下的作用，本课以情境为载体，通过情景设置和问题解决，让学生感受“从特殊到一般，再从一般到特殊”的抽象思维过程，应用类比、归纳、转化的思想方法，理解两点分布和超几何分布，认识数学知识与实际的联系.

【学习过程】

（一）复习回顾

1. 分布列的概念；
2. 分布列的表示方法和性质

（二）问题探究

问题探究 1：两点分布

例 1 在掷一枚图钉的随机试验中，令 $X = \begin{cases} 1, & \text{针尖向上;} \\ 0, & \text{针尖向下;} \end{cases}$ 如果针尖向上的概率为 P ，试写出随机变量 X 的分布列.

问题 1: 一只箱子中放有 6 个乒乓球，标号均为 1-6 号，从箱子中抽取一球，抽得乒乓球标号为偶数时中奖，为奇数时不中奖，请你从分布列的角度加以分析。

解：设中奖结果为随机变量 X ，则 $X = \begin{cases} 1, & \text{中奖} \\ 0, & \text{不中奖} \end{cases}$

随机变量 X 的分布列为：

X	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

问题 2: 上述两个分布列称为两点分布列，相应的随机变量服从两点分布。那么什么是两点分布？

两点分布: 如果随机变量 X 的分布列为两点分布列，则称 X 服从两点分布，并称 $p=P(X=1)$ 为成功概率。

问题 3: 结合生活实践，你能举出两点分布的例子吗？

问题探究 2: 超几何分布

例 2 在含有 5 件次品的 100 件产品中，任取 3 件，求：

- (1) 取到的次品数 X 的分布列；
- (2) 至少取到 1 件次品的概率.

问题 4 观察其分布列有何规律？能否将此规律推广到一般情形.

超几何分布: 一般地，在含有 M 件次品的 N 件产品中，任取 n 件，其中含有 X 件次品，则

$$P(X = k) = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, m$$

其中 $m = \min\{M, n\}$, 且 $n \leq N, M \leq N, n, M, N \in \mathbf{N}^*$, 即

X	0	1	...	m
P	$\frac{C_M^0 C_{N-M}^n}{C_N^n}$	$\frac{C_M^1 C_{N-M}^{n-1}}{C_N^n}$...	$\frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$

上述分布列称为超几何分布列，如果随机变量 X 的分布列为超几何分布列，则称随机变量 X 服从超几何分布.

问题 5 你能举出一个随机变量服从超几何分布的实例吗？

(三) 学以致用

例 3 在某年级的联欢会上设计一个摸奖游戏，在一个口袋中装有 10 个红球和 20 个白球，这些球除颜色外完全相同.一次从中摸出 5 个球

- (1) 至少摸到 3 个红球就中奖，求中奖的概率；
- (2) 如果要将这个游戏的中奖概率控制在 55%左右，那么应该如何设计中奖规则？

(四) 课堂小结

1.数学知识：

- (1) 两点分布和超几何分布；
- (2) 分布列的简单应用以及求简单的分布列

2.数学思想：一般与特殊，类比，化归

3.数学方法：概括、归纳