**7年级数学第14周第7课时拓展资源**

同学们，我们都知道是一个非常著名的无理数，第一个发现并坚持这个结果的希帕索斯因此付出了生命的代价——后世的数学史家所说的“第一次数学危机”概源于此．风暴过去后，唤醒的却是数学家们对数的重新认识，实数的概念开始确立，在此意义上讲，的发现是人们对真理的追求、探索以致明朗的一个极好例证.

换一个角度来看这个数，我们可以把它看作一根“晾衣绳”，上面挂着许多有趣的方法，值得你仔细玩味．我们准备从不同的角度来证明是一个无理数，从而体会这一点．但是我们可以有哪些方法来证明呢？让我们一起来走进是一个无理数的证明过程中．

**证法1**：**尾数证明法**．假设是一个有理数，即可以表示为一个分数的形式=．其中(*a*，*b*)=1［注：这里(*a*，*b*)=1表示数*a*，*b*的最大公因数为１］，且*a*与*b*都是正整数．则．由于完全平方数的尾数只能是0，1，4，5，6，9中的一个，因此的尾数只能是0，2，8中的一个．因为，所以与的尾数都是0，因此的尾数只能是0或5，因此*a*与*b*有公因数5，与(*a*，*b*)=1矛盾！因此是无理数．

这个证法可以证明被开方数的尾数是2，3，7，8的平方根都是无理数.

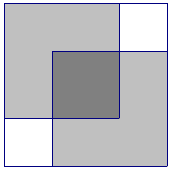
**证法2**：**奇偶分析法**．假设=，其中(*a*，*b*)=1，且*a*与*b*都是正整数.则．可知*a*是偶数，设*a*=2*c*，则，，可知*b*也是偶数，因此*a*，*b*都是偶数，这与(*a*，*b*)=1矛盾！因此是无理数．

希帕索斯就是用这种方法证明了不是有理数，动摇了毕达哥拉斯学派的“万物皆数(任何数都可表示成整数之比)”的数学信仰，使毕达哥拉斯学派为之大为恐慌，希帕索斯因此葬身海底．

**证法3**：仿上，得到，等式变形为，因为*b*>1，因此存在素因子*p*，*p*整除*a+b*或*a**b*之一，则同时整除*a+b*与*a**b*，因此*p*整除*a*，因此*p*是*a*、*b*的公因数，与(*a*，*b*)=1矛盾.

**证法4**：假设=，其中右边是最简分数，即在所有等于的分数中，*a*是最小的正整数分子，在的两边减去*ab*有，通过等式变形可得：，即，右边的分子2*b*-*a*＜*a*，这与*a*是最小的分子矛盾，因此是无理数.

**证法5**：**构图法．**以上诸多证法的关键之处在于，证明没有正整数解．若不然，可以*b*，*a*为边构造正方形(*b<a*)，因为，因此图中空白部分的面积等于中间黑色阴影部分的面积，它们都是正方形，这就找到了一组更小的正整数(*a*，*b*)满足，无穷递降下去，这个过程可以无限进行，矛盾！



　　　同学们，你对是无理数的理解是不是更深刻了呢？请你也尝试设计一种可以证明是无理数的方法吧！