杨辉三角与二项式系数的性质拓展提升任务答案

1. 8

2. 解: 令 $x=1$, 则展开式中各项系数和为 $(1+3)^n = 2^{2n}$,

又展开式中二项式系数和为 2^n ,

$$\therefore 2^{2n} - 2^n = 992, \quad n = 5.$$

(1) $\because n=5$, 展开式共 6 项, 二项式系数最大的项为第三、四两项,

$$\therefore T_3 = C_5^2 (x^{\frac{2}{3}})^3 (3x^2)^2 = 90x^6, \quad T_4 = C_5^3 (x^{\frac{2}{3}})^2 (3x^2)^3 = 270x^{\frac{22}{3}},$$

(2) 设展开式中第 $r+1$ 项系数最大, 则 $T_{r+1} = C_5^r (x^{\frac{2}{3}})^{5-r} (3x^2)^r = 3^r C_5^r x^{\frac{10+4r}{3}}$,

$$\therefore \begin{cases} 3^r C_5^r \geq 3^{r-1} C_5^{r-1} \\ 3^r C_5^r \geq 3^{r+1} C_5^{r+1} \end{cases} \Rightarrow \frac{7}{2} \leq r \leq \frac{9}{2}, \quad \therefore r = 4,$$

即展开式中第 5 项系数最大, $T_5 = C_5^4 (x^{\frac{2}{3}})(3x^2)^4 = 405x^{\frac{26}{3}}$.