拓展提升答案

1．设点 A，B，C 不共线，则“$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角”是“$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{BC}|$”的(　　)

（A）充分而不必要条件　　　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　　　（D）既不充分也不必要条件

【思路分析】“$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角” $\Rightarrow$ “$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{BC}|$”，“$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{BC}|$” $\Rightarrow$ “$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角”，由此能求出结果．

【解析】：点 A，B，C 不共线，

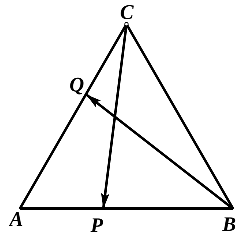
“$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角” $\Rightarrow$ “$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{BC}|$”，

“$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{BC}|$” $\Rightarrow$ “$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角”，

$\therefore$ 设点 A，B，C 不共线，则“$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角”是“$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{BC}|$”的充分必要条件．故选：$C$．

2． 在边长为 2 等边三角形 ΔABC 中，已知 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AQ}=(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$，则 $\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}$ 的最大值为________.

【方法一】几何法



依题 $\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}=(\lambda\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB})\cdot(\lambda\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})$

$=\lambda^2\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}-\lambda\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AC}-\lambda\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}\overrightarrow{AC}$

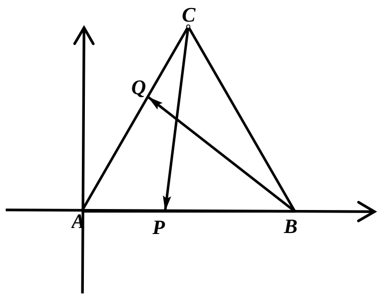
$-2\lambda^2+2\lambda-2=-2(\lambda-\frac{1}{2})^2-\frac{3}{2}$.

当 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时，$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}$ 的最大值为 $-\frac{3}{2}$.

【答案】$-\frac{3}{2}$.

【方法 2】坐标法，

如图 A 以为原点，AB 所在直线为建系：



$A(0,0),B(2,0),C(1,\sqrt{3})$

$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}=\lambda(2,0)=(2\lambda,0)$

$\therefore P(2\lambda,0)$

$\overrightarrow{AQ}=(1-\lambda)\overrightarrow{AC}=(1-\lambda)(1,\sqrt{3})=(1-\lambda,\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda)$

$\therefore Q(1-\lambda,\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda)$

$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}=(-\lambda-1,\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda)(2\lambda-1)$

$-2\lambda^2+2\lambda-2=-2(\lambda-\frac{1}{2})^2-\frac{3}{2}$

当 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时，$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}$ 的最大值为 $-\frac{3}{2}$.