

高一年级数学第 48 课时平面向量复习（二）提高性作业答案

1. 在直角梯形 $ABCD$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 2$, 点 E 在线段 CD 上,

若 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \mu \overrightarrow{AB}$, 则 μ 的取值范围是

- (A) $[0, 1]$ (B) $[0, \sqrt{3}]$ (C) $[0, \frac{1}{2}]$ (D) $[\frac{1}{2}, 2]$

解: 选 C.

2. 已知平面上不共线的四点 O, A, B, C . 若 $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OB}$, 则 $\frac{|\overrightarrow{BC}|}{|\overrightarrow{AB}|}$ 的值为()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

解: 选 A.

3. 已知 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 是平面内两个互相垂直的单位向量, 若向量 $\mathbf{c}$ 满足 $\left(\mathbf{a} + \frac{\mathbf{c}}{2}\right) \cdot \left(\mathbf{b} + \frac{\mathbf{c}}{2}\right) = 0$, 则 $|\mathbf{c}|$ 的

最大值是 ()

- A. 2 B. 4 C. $2\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{2}$

解: 选 C.

4. 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = 2$. 若 $\overrightarrow{DA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

解: 2

5. 【2019 年高考北京卷理数】设点 A, B, C 不共线, 则“ $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角”是

“ $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| > |\overrightarrow{BC}|$ ”的

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【解析】 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角, 所以

$|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > |\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, 即

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|^2 > |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|^2$, 因为 $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$, 所以 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| > |\overrightarrow{BC}|$;

当 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| > |\overrightarrow{BC}|$ 成立时, $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|^2 > |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|^2 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > 0$, 又因为点 $A, B,$

C 不共线, 所以 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角. 故“ $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角”是

“ $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| > |\overrightarrow{BC}|$ ”的充分必要条件, 故选 C.

【名师点睛】本题考查充要条件的概念与判断、平面向量的模、夹角与数量积, 同时考查了转化与化归数学思想.

6. 【山东省烟台市 2019 届高三 3 月诊断性测试 (一模) 数学试题】在矩形 $ABCD$ 中,

$|\overrightarrow{AB}| = 4, |\overrightarrow{AD}| = 2$. 若点 M, N 分别是 CD, BC 的中点, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MN} =$

A. 4

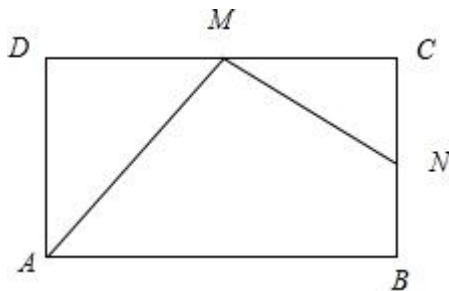
B. 3

C. 2

D. 1

【答案】C

【解析】由题意作出图形, 如图所示:



由图及题意, 可得:

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB},$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CN} - \overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.$$

$\therefore$

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MN} = \left(\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \right)$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot |\overrightarrow{AD}|^2 + \frac{1}{4} \cdot |\overrightarrow{AB}|^2 = -\frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot 16 = 2.$$

故选: C.

7. 【2019 年高考天津卷理数】在四边形 $ABCD$ 中,

$AD \parallel BC$, $AB = 2\sqrt{3}$, $AD = 5$, $\angle A = 30^\circ$, 点 E 在线段 CB 的延长线上, 且

$AE = BE$, 则 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AE} =$ _____.

【答案】 -1

【解析】建立如图所示的直角坐标系， $\angle DAB=30^\circ$ ， $AB=2\sqrt{3}$ ， $AD=5$ ，则 $B(2\sqrt{3},0)$ ，

$$D(\frac{5\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2}).$$

因为 $AD \parallel BC$ ， $\angle BAD=30^\circ$ ，所以 $\angle ABE=30^\circ$ ，

因为 $AE=BE$ ，所以 $\angle BAE=30^\circ$ ，

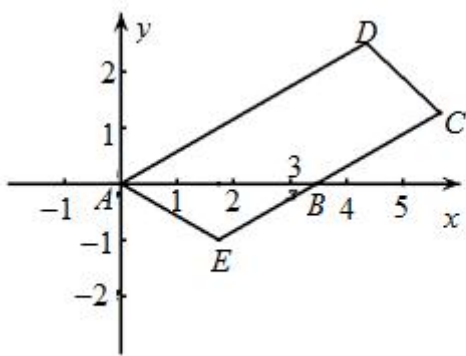
所以直线 BE 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，其方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-2\sqrt{3})$ ，

直线 AE 的斜率为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，其方程为 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 。

$$\text{由} \begin{cases} y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-2\sqrt{3}), \\ y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x \end{cases} \quad \text{得} \quad x=\sqrt{3}, \quad y=-1,$$

所以 $E(\sqrt{3}, -1)$ 。

所以 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AE} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2}) \cdot (\sqrt{3}, -1) = -1$ 。



【名师点睛】平面向量问题有两大类解法：基向量法和坐标法，在便于建立坐标系的问题中使用坐标方法更为方便。