

高一数学第 47 课时平面向量复习（一）

学习目标

- 1: 掌握平面向量的概念、运算、平面向量基本定理、平面向量的数量积及其应用;
- 2: 用向量语言、方法表述解决问题, 提升直观想象和数学运算素养, 提高分析问题解决问题的能力;
- 3: 体会转化与数形结合等数学思想, 增进对数学本质的理解;

学法指导:

向量既是几何研究对象, 也是代数研究对象, 是沟通几何与代数的桥梁, 要在熟练掌握相关知识的同时注意转化与数形结合思想的应用;

一: 复习回顾

1、向量运算:

(1) 加法运算 平行四边形法则, 三角形法则, 多边形法则, 首尾相连首尾连;

(2) 减法运算 共起点, 连终点, 指向被减;

(3) 数乘运算律

$$\lambda(\mu\vec{a}) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(\lambda + \mu)\vec{a} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \underline{\hspace{2cm}};$$

(4) 数量积与运算律 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(\lambda\vec{a}) \cdot \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \underline{\hspace{2cm}};$$

2、坐标运算:

设 $\vec{a} = (x_1, y_1), \vec{b} = (x_2, y_2), \lambda \in \mathbb{R}$, 则

(1) $\vec{a} + \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}};$

(2) $\vec{a} - \vec{b} =$ _____;

(3) $\lambda \vec{a} =$ _____;

(4) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.

3、平面向量基本定理:

如果 \vec{e}_1, \vec{e}_2 是同一平面内的两个不共线向量, 那么对于这一平面内的任一向量 \vec{a} , 有且只有一对实数 λ_1, λ_2 , 使 $\vec{a} =$ _____ ; _____ .

4、两个向量平行的充要条件:

(1) $\vec{a} // \vec{b}$ 的充要条件是: _____ ; (向量表示)

(2) 若 $\vec{a} = (x_1, y_1), \vec{b} = (x_2, y_2)$,

则 $\vec{a} // \vec{b}$ 的充要条件是: _____ ; (坐标表示)

5、两个非零向量垂直的充要条件:

(1) $\vec{a} \perp \vec{b}$ 的充要条件是: _____ ; (向量表示)

(2) 若 $\vec{a} = (x_1, y_1), \vec{b} = (x_2, y_2)$,

则 $\vec{a} \perp \vec{b}$ 的充要条件是: _____ ; (坐标表示)

6、向量夹角公式

平面向量主要知识可概括为: 一个定理、两个条件、三种语言、四种运算

- (1) 平面向量基本定理;
- (2) 两个向量垂直、平行的条件;
- (3) 图形语言、符号语言、坐标语言(代数语言);
- (4) 加法、减法, 实数与向量的积, 向量的数量积;

二: 例题精讲

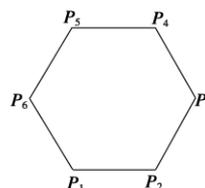
例 1: 如图, 已知正六边形 $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$, 下列向量的数量积中最大的是 ()

A. $\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_3}$

B. $\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_4}$

C. $\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_5}$

D. $\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_6}$



例 2: 设 $x, y \in \mathbb{R}$, 向量 $a = (x, 1), b = (1, y), c = (2, -4)$ 且 $\vec{a} \perp \vec{c}, \vec{b} // \vec{c}$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}|$

- (A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) 10

例 3. 已知点 O 是平面上一定点, A, B, C 是平面上不共线的三个点, 动点 P 满足:

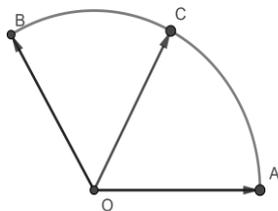
$$\vec{OP} = \vec{OA} + \lambda \left(\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} + \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|} \right), \lambda \in [0, +\infty),$$
 则点 P 的轨迹一定通过 $\triangle ABC$ 的 ().

- A. 外心 B. 内心 C. 重心 D. 垂心

例 4. 已知 $|a| = 1, a \cdot b = \frac{1}{2}, (a-b) \cdot (a+b) = \frac{1}{2}$, 求:

- (1) a 与 b 的夹角; (2) $a-b$ 与 $a+b$ 的夹角的余弦值.

例5. 给定两个长度为1的平面向量 \overrightarrow{OA} 和 \overrightarrow{OB} ，它们的夹角为 120° . 如图所示，点C在以O为圆心的圆弧AB上变动. 若 $\overrightarrow{OC} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ ，其中 $x, y \in \mathbf{R}$ ，则 $x + y$ 的最大值是_____.



(选做题) 例 6: 已知 \mathbf{a} ， \mathbf{b} 是单位向量， $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$. 若向量 \mathbf{c} 满足 $|\mathbf{c} - \mathbf{a} - \mathbf{b}| = 1$ ，

则 $|\mathbf{c}|$ 的取值范围是

(A) $[\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} + 1]$

(B) $[\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} + 2]$

(C) $[1, \sqrt{2} + 1]$

(D) $[1, \sqrt{2} + 2]$

(选做题) 例 7. 已知向量 $\mathbf{a} \neq \mathbf{e}$ ， $|\mathbf{e}| = 1$ ，对任意实数 t ，恒有 $|\mathbf{a} - t\mathbf{e}| \geq |\mathbf{a} - \mathbf{e}|$ ，则 ()

A. $\mathbf{a} \perp \mathbf{e}$ B. $\mathbf{a} \perp (\mathbf{a} - \mathbf{e})$

C. $\mathbf{e} \perp (\mathbf{a} - \mathbf{e})$ D. $(\mathbf{a} + \mathbf{e}) \perp (\mathbf{a} - \mathbf{e})$

三: 课堂小结