

高二年级数学与生活实际相关的问题第3课时学习指南

【学习目标】

1. 理解分类加法计数原理与分步乘法计数原理；
2. 会用两个原理分析和解决一些简单的计数实际应用问题。

【学法指导】

1. 分类加法计数原理中各类办法相互独立,各类办法中的各类方法也相互独立.用任何一类方法中的任何一种方法都可以单独完成这件事.
2. 分步乘法计数原理是完成一件事要分成若干步,各个步骤相互依存,完不成其中任何的一步都不能完成这件事,只有当各个步骤都完成之后,才能完成该事件.

【任务一】复习回顾分类加法计数原理与分步乘法计数原理的异同

	分类加法计数原理	分步乘法计数原理
相同点	用来计算“完成一件事”的方法种数	
不同点	分类完成 类类相加	分步完成 步步相乘
	每类方案中的每一种方法都能 独立 完成这件事	每步 依次完成 才算完成这件事情 (每步中的每一种方法 不能独立 完成这件事)
注意点	类类独立 不重不漏	步步相依 步骤完整

【任务二】思考辨析:

以下对两个计数原理的理解是否正确?

- (1)在分类加法计数原理中,两类不同方案中的方法可以相同。(×)
- (2)在分类加法计数原理中,每类方案中的方法都能直接完成这件事。(√)
- (3)在分步乘法计数原理中,完成每个步骤的方法是各不相同的。(√)
- (4)在分步乘法计数原理中,事情是分两步完成的,其中任何一个单独的步骤都能完成这件事。(×)

【任务三】中国有十二生肖,又叫十二属相,每一个人的出生年份对应了十二种动物(鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴、鸡、狗、猪)中的一种,现有十一生肖的吉祥物各一个,甲同学喜欢牛和马,乙同学喜欢牛、狗和羊,丙同学哪一个吉祥物都喜欢,三位同学按甲、乙、丙的顺序依次选一个作为礼物,如果让三位同学选取的礼物都满意,那么不同的选法有()种

- A.360 B.50 C.60 D.90

【解析】第一类,若甲同学选择牛,乙有2种选法,丙有10种选法,由分步乘法计数原

理，选法有 $1 \times 2 \times 10 = 20$ （种）；

第二类，若甲同学选择马，乙有 3 种选法，丙有 10 种选法，由分步乘法计数原理，选法有 $1 \times 3 \times 10 = 30$ （种）；

所以，由分类加法计数原理，共有 $20 + 30 = 50$ （种）选法。故选 B。

【反思感悟】利用分步乘法原理解决问题时，若前一步对后一步的方法数有影响，就应该先做适当分类。分类标准是运用分类计数原理的难点所在，其重点在于要抓住题目中的关键词或关键元素等。

【任务四】某公司新招聘进 8 名员工，平均分给甲、乙两个部门，其中 2 名英语翻译人员不能分给同一个部门，另 3 名电脑编程人员也不能分给同一个部门，则不同的分配方案种数是（ ）

A.18 B.24 C.36 D.72

【解析】第一类，甲部门要 2 名电脑编程人员，则有 3 种方法；翻译人员的分配有 2 种方法；再从剩下的 3 个人中选出 1 人，有 3 种方法。由分步乘法计数原理，共有 $3 \times 2 \times 3 = 18$ （种）分配方案；

第二类，甲部门要 1 名电脑编程人员，则有 3 种方法；翻译人员的分配有 2 种方法；再从剩下的 3 个人中选出 2 人，有 3 种方法。由分步乘法计数原理，共有 $3 \times 2 \times 3 = 18$ （种）分配方案；

由分类加法计数原理，可得不同的分配方案共有 $18 + 18 = 36$ （种），故选 C。

【反思感悟】在解决计数问题时，我们常常需要优先考虑具有限制条件的元素或位置，以此作为解题的突破口。先把有特殊要求的元素安排完，再来安排没有特殊要求的元素，这种解决问题的方法叫做“优限法”。

【任务五】某巧克力工厂为了庆祝成立 10 周年，推出了三种不同的卡片，在每块巧克力包装中随机装入一张卡片，集齐三种卡片即可获得参观巧克力工厂的机会，查理在不同时间一共买了五块巧克力。

(1) 查理由五块巧克力得到的卡片共有多少种情况？

(2) 查理能够获得参观巧克力工厂的机会共有多少种情况？

【解析】(1) 因为每块巧克力中都可能抽到三种卡片中的一种，由分步乘法计数原理，所以得到的卡片一共有 $3^5 = 243$ （种）情况。

(2) 若不能集齐三种卡片，则五块巧克力中只有一种卡片或只有两种卡片。

第一类，只有一种卡片：有 3 种情况；

第二类，只有两种卡片：

①先判定是哪两种卡片，有 3 种情况；

②每块巧克力中的卡片都有 2 种情况，

由分步乘法计数原理，共有 2^5 种情况，但这里还应该减去五块巧克力中的卡片种类一样的 2 种情况。

于是，只有两种卡片的情况，共有 $3 \times (2^5 - 2)$ (种)。

综合①②可得，

查理能够获得参观巧克力工厂的机会共有 $3^5 - [3 + 3 \times (2^5 - 2)] = 150$ (种)。

【反思感悟】当从问题的正面着手遇到阻力时，可通过逆向思维，从问题的反面出发去解决。“正难则反”原则是数学解题中的一个重要思维方法。

【任务六】小结提升：利用两个计数原理解决实际问题的基本流程是什么？