

与生活实际相关的问题第 1 课时学习指南

【学习目标】

- 1.理解解决与生活实际相关的问题时所采用的分类加法计数原理；
- 2.正确理解“完成一件事情”的含义；
- 3.会利用分类加法计数原理解决一些简单的应用问题.

【学法指导】

通过典型的、熟悉的实例抽象概括出原理，理解体会原理的含义。

【教学内容】

一. 引入课题

先看下面的问题：

- ①从我们班上推选出两名同学担任班长，有多少种不同的选法？
- ②把我们的同学排成一排，共有多少种不同的排法？

要解决这些问题，就要运用有关排列、组合的知识. 排列组合是一种重要的数学计数方法. 总的来说，就是研究按某一规则做某事时，一共有多少种不同的做法.

在运用排列组合方法时，经常要用到分类加法计数原理与分步乘法计数原理. 这节课，我们从具体例子出发先来学习第一个原理——分类加法计数原理.

二. 新知探究：

1. 分类加法计数原理

(1) 提出问题

问题 1.1： 用一个大写的英文字母或一个阿拉伯数字给教室里的座位编号，总共能够编出多少种不同的号码？

问题 1.2： 从甲地到乙地，可以乘火车，也可以乘汽车. 如果一天中火车有 3 班，汽车有 2 班. 那么一天中，乘坐这些交通工具从甲地到乙地共有多少种不同的走法？

探究： 你能说说以上两个问题的特征吗？

(2) 发现新知

分类加法计数原理 完成一件事有两类不同方案，在第 1 类方案中有 m 种不同的方法，在第 2 类方案中有 n 种不同的方法. 那么完成这件事共有

$$N = m + n$$

种不同的方法.

(3) 知识应用

例 1: 在填写高考志愿表时, 一名高中生了解到, A,B 两所大学各有一些自己感兴趣的强项专业, 具体情况如下:

A 大学	B 大学
生物学	数学
化学	会计学
医学	计算机科学
物理学	法学
工程学	

如果这名同学只能选一个专业, 那么他共有多少种选择呢?

分析: 由于这名同学在 A, B 两所大学中只能选择一所, 而且只能选择一个专业, 又由于两所大学没有共同的强项专业, 因此符合分类加法计数原理的条件.

解: 这名同学可以选择 A, B 两所大学中的一所:

在 A 大学中有 5 种专业选择方法,

在 B 大学中有 4 种专业选择方法.

又由于没有一个强项专业是两所大学共有的, 因此根据分类加法计数原理, 这名同学可能的专业选择共有 $5+4=9$ (种).

变式 1: 如果数学也是 A 大学的强项专业, 则 A 大学共有 6 个专业可选择, B 大学可以有 4 个专业可以选择, 那么用分类加法计数原理, 得到的这名同学可能的专业选择种数为 $6+4=10$ (种), 这种算法对吗? 为什么?

分析: 不正确, 因为要确定的是这名同学的专业选择, 并不考虑学校的差异, 所以这名同学可能的专业选择种数为 $6+4-1=9$ (种)

变式 2: 若还有 C 大学, 其中强项专业为: 新闻学、金融学、管理学.那么, 这名同学可能的专业选择共有多少种?

解: 这名同学可能的专业选择共有 $5+4+3=12$ (种)

探究：如果完成一件事有三类不同方案，在第 1 类方案中有 m_1 种不同的方法，在第 2 类方案中有 m_2 种不同的方法，在第 3 类方案中有 m_3 种不同的方法，那么完成这件事共有多少种不同的方法？

如果完成一件事情有 n 类不同方案，在每一类中都有若干种不同方法，那么应当如何计数呢？

一般归纳：

完成一件事情，有 n 类办法，在第 1 类办法中有 m_1 种不同的方法，在第 2 类办法中有 m_2 种不同的方法……在第 n 类办法中有 m_n 种不同的方法.那么完成这件事共有

$$N = m_1 + m_2 + \cdots + m_n$$

种不同的方法.

例 2：在所有的两位数中，个位数小于十位数的两位数共有多少个？

分析：“一件事情”是“找出个位数小于十位数的两位数”.

这样的两位数可以分为九类：

第一类，如果十位数是 9，则个位数可以为 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 有 9 种方法；

第二类，如果十位数是 8，则个位数可以为 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 有 8 种方法；

以此类推.

由分类加法计数原理可得个位数小于十位数的两位数共有

$$9+8+7+6+5+4+3+2+1=45 \text{ (个)} .$$

例 3：某同学有同样的画册 2 本，同样的集邮册 3 本，从中取出 4 本赠送给 4 位朋友，每位朋友一本，则不同的赠送方法共有()

A. 4 种 B. 10 种 C. 18 种 D. 20 种

分析：分两类：

第一类，取出 2 本画册，2 本集邮册分给甲、乙、丙、丁四人：

甲、乙得画册，丙、丁得集邮册，

或者甲、丙得画册，乙、丁得集邮册...依此类推，

这一类情况共有 6 种方法；

第二类，取出 1 本画册，3 本集邮册分给甲、乙、丙、丁四人：

甲得画册，其余三人得集邮册，依此类推，这类情况共有 4 种方法；

所以不同的赠送方法共有： $6+4=10$ （种）

三. 归纳小结：

理解分类加法计数原理：分类加法计数原理针对的是“分类”问题，

1. 明确完成的“一件事情”是什么；
2. 根据问题的特点确定一个合适的分类标准，分类标准要统一，不能遗漏；
3. 分类时，注意完成这件事情的任何一种方法必须属于某一类，且不能重复，即：各类方法相互独立，各类中的各种方法也相对独立，用任何一类中的任何一种方法都可以**单独**完成这件事。