平面向量数乘运算的坐标表示拓展作业答案

1. 如图，正方形 $ABCD$ 中，$M$，$N$ 分别是 $BC$，$CD$ 的中点，若 $\vec{AC}=λ\vec{AM}+μ\vec{BN}$，则 $λ+μ=$  ．

$\frac{8}{5}$．【解析】以 $AB$，$AD$ 为坐标轴建立平面直角坐标系，如图：



设正方形边长为 $1$，则 $\vec{AM}=\left(1,\frac{1}{2}\right)$，$\vec{BN}=\left(-\frac{1}{2},1\right)$，$\vec{AC}=\left(1,1\right)$，

因为 $\vec{AC}=λ\vec{AM}+μ\vec{BN}$，

所以 $\left\{\begin{matrix}λ-\frac{1}{2}μ=1,\\\frac{1}{2}λ+μ=1,\end{matrix}\right.$ 解得 $\left\{\begin{matrix}λ=\frac{6}{5},\\μ=\frac{2}{5},\end{matrix}\right.$ 所以 $λ+μ=\frac{8}{5}$．

2. 若三点 $A\left(2,2\right)$，$B\left(a,0\right)$，$C\left(0,b\right)\left(ab\ne 0\right)$ 共线，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的值为  ．

 $\frac{1}{2}$ 【解析】$\vec{AB}=\left(a-2,-2\right)$，$\vec{AC}=\left(-2,b-2\right)$，依题意，有 $\left(a-2\right)\left(b-2\right)-4=0$，即 $ab-2a-2b=0$，所以 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{2}$．

3. 已知 $O$ 为坐标原点，向量 $\vec{OA}=\left(2,3\right)$，$\vec{OB}=\left(4,-1\right)$，且 $\vec{AP}=3\vec{PB}$，则 $\left∣\vec{OP}\right∣=$  ．

 $\frac{7}{2}$【解析】在平面直角坐标系 $xOy$ 中，设 $P\left(x,y\right)$，由题意可得 $A$，$B$ 两点的坐标分别为 $\left(2,3\right)$，$\left(4,-1\right)$，

由 $\vec{AP}=3\vec{PB}$ 可得 $\left(x-2,y-3\right)=3\left(4-x,-1-y\right)$，根据向量相等的概念得 $\left\{\begin{matrix}x-2=12-3x,\\y-3=-3y-3,\end{matrix}\right.$

解得 $\left\{\begin{matrix}x=\frac{7}{2},\\y=0,\end{matrix}\right.$ 故 $\left∣\vec{OP}\right∣=\frac{7}{2}$．

4. 设两个向量 $\vec{a}=\left(λ+2,λ^{2}-cos^{2}α\right)$ 和 $\vec{b}=\left(m,\frac{m}{2}+sinα\right)$，其中 $λ$，$m$，$α$ 为实数．若 $\vec{a}=2\vec{b}$，求$\frac{λ}{m}$ 的取值范围．

解：由 $\vec{a}=2\vec{b}$，得 $\left\{\begin{matrix}λ+2=2m,\\λ^{2}-cos^{2}α=m+2sinα,\end{matrix}\right.$ 消去 $λ$ 并整理，得 $\left(2m-2\right)^{2}-m=cos^{2}α+2sinα$，

即 $4m^{2}-9m+4=-sin^{2}α+2sinα+1=-\left(sinα-1\right)^{2}+2$．由 $-1\leq sinα\leq 1$，得 $-2\leq -\left(sinα-1\right)^{2}+2\leq 2$，从而 $-2\leq 4m^{2}-9m+4\leq 2$，解得 $\frac{1}{4}\leq m\leq 2$，则 $-6\leq 2-\frac{2}{m}\leq 1$．

由 $\frac{λ}{m}=\frac{2m-2}{m}=2-\frac{2}{m}$，得 $-6\leq \frac{λ}{m}\leq 1$．