

向量的正交分解及加减运算表示拓展提升题答案

1. 向量 $\vec{AB} = (7, -5)$, 将 $\vec{AB}$ 按向量 $\mathbf{a} = (3, 6)$ 平移后得到向量 $\vec{A'B'}$, 则 $\vec{A'B'}$ 的坐标形式为()

A.(10,1)

B.(4, -11)

C.(7, -5)

D.(3,6)

答案 C

解析 $\overrightarrow{A'B'}$ 与 $\vec{AB}$ 方向相同且长度相等, 故 $\overrightarrow{A'B'} = \vec{AB} = (7, -5)$.

2. 已知平行四边形 $OABC$, 其中 O 为坐标原点, 若 $A(2,1)$, $B(1,3)$, 则点 C 的坐标为 _____.

答案 $(-1, 2)$

解析 设点 C 的坐标为 (x, y) , 则由已知得 $\vec{OC} = \vec{AB}$, 所以 $(x, y) = (-1, 2)$.

3. 已知 $A(2,0)$, $a=(x+3, x-3y-5)$, 若 $a=\vec{OA}$, 其中 O 为原点, 则 $x=$ _____, $y=$ _____.

答案 $-1 \quad -2$

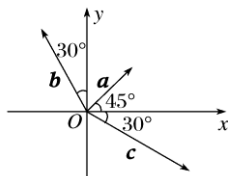
解析 由题意知 $\begin{cases} x+3=2, \\ x-3y-5=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=-1, \\ y=-2. \end{cases}$

4. 已知平面上三点 $A(2, -4)$, $B(0, 6)$, $C(-8, 10)$, 则 $\vec{AC} + \vec{BC}$ 的坐标是 _____.

答案 $(-18, 18)$

解析 $\vec{AC} + \vec{BC} = (-8 - 2, 10 - (-4)) + (-8 - 0, 10 - 6) = (-10, 14) + (-8, 4) = (-18, 18)$.

5. 在平面直角坐标系 xOy 中, 向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 的方向如图所示, 且 $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $|\boldsymbol{c}|=4$, 分别计算出它们的坐标.



解 设 $a = (a_1, a_2)$, $b = (b_1, b_2)$, $c = (c_1, c_2)$,

则 $a_1 = |a| \cos 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$,

$$a_2 = |a| \sin 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2},$$

$$b_1 = |\mathbf{b}| \cos 120^\circ = 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2},$$

$$b_2 = |\mathbf{b}| \sin 120^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$c_1 = |c| \cos(-30^\circ) = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3},$$

$$c_2 = |c| \sin(-30^\circ) = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2.$$

因此 $\mathbf{a} = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$, $\mathbf{b} = \left(-\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{c} = (2\sqrt{3}, -2)$.

6. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(1,1)$, $B(2,3)$, $C(3, 2)$. 若 $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = \mathbf{0}$, 求 $\vec{OP}$ 的坐标.

解 设点 P 的坐标为 (x, y) ,

因为 $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = \mathbf{0}$,

又 $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = (1-x, 1-y) + (2-x, 3-y) + (3-x, 2-y) = (6-3x, 6-3y)$.

$$\text{所以} \begin{cases} 6-3x=0, \\ 6-3y=0, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x=2, \\ y=2. \end{cases}$$

所以点 P 的坐标为 $(2,2)$, 故 $\vec{OP} = (2,2)$.

7. 已知平面上三点的坐标分别为 $A(-2,1)$, $B(-1,3)$, $C(3, 4)$, 求点 D 的坐标, 使这四点构成平行四边形的四个顶点.

解 设 $D(x, y)$, 当平行四边形为 $ABCD$ 时,

由 $\vec{AB} = (1,2)$, $\vec{DC} = (3-x, 4-y)$,

且 $\vec{AB} = \vec{DC}$, 得 $D(2,2)$.

当平行四边形为 $ACDB$ 时,

由 $\vec{AB} = (1,2)$, $\vec{CD} = (x-3, y-4)$, 且 $\vec{AB} = \vec{CD}$,

得 $D(4,6)$.

当平行四边形为 $ACBD$ 时,

由 $\vec{AC} = (5,3)$, $\vec{DB} = (-1-x, 3-y)$, 且 $\vec{AC} = \vec{DB}$.

得 $D(-6,0)$.

故 D 点坐标为 $(2,2)$ 或 $(4,6)$ 或 $(-6,0)$.