

平面向量的正交分解及加减运算的坐标表示学习指南

学习目标

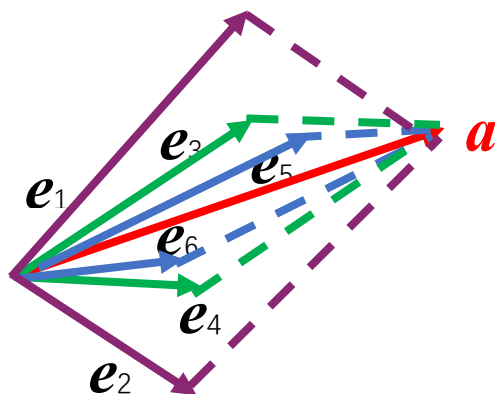
1. 了解平面向量的正交分解，掌握向量的坐标表示.
2. 掌握两个向量加、减运算的坐标表示.
3. 通过对平面向量正交化、坐标化的探索, 体会到从一般到特殊、转化和数形结合的数学思想.

学法指导

向量是沟通代数与几何的一种工具, 有着极其丰富的实际背景. 向量的坐标表示, 实际是向量的代数表示. 向量的坐标表示, 沟通了向量“数”与“形”的特征, 使向量运算完全代数化.

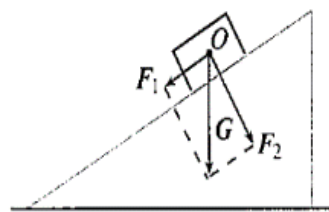
学习任务单

复习回顾平面向量的基本定理:



问题 1: 因为基底的任意性, 使得平面向量的分解具备了较大的灵活性, 这种灵活性可能会带来操作上的一些麻烦. 请从简化问题的角度看, 你会选择什么关系的基底?

从熟悉物理问题出发, 我们知道为了求放置在斜面上的木块受到的摩擦力, 需要将重力分解为平行于斜面的分力 $\overrightarrow{F_1}$ 和垂直于斜面的分力 $\overrightarrow{F_2}$ 。



力沿互相垂直的两个方向分解就是力的正交分解.

把一个向量分解为两个互相垂直的向量, 叫做向量的正交分解.

为了研究问题的方便, 在平面上, 我们采取互相垂直的向量作为基底.

问题 2: 在平面直角坐标系中, 每一个点都可以用一对有序实数 (即它的坐标) 表示. 那么, 如何表示直角坐标平面内的一个向量呢?

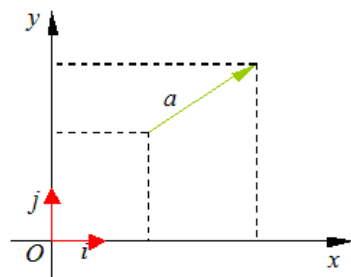
在直角坐标系内, 设与 x 轴、 y 轴方向相同的两个单位向量分别为 $\mathbf{i}, \mathbf{j}$, 取 $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$ 作为基底.

对于平面内任意的向量 $\mathbf{a}$, 由平面向量基本定理知, 有且只有一对实数 x, y 使得

$$\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

这样, 平面内的任意向量 $\mathbf{a}$ 都可由 x, y 唯一确定.

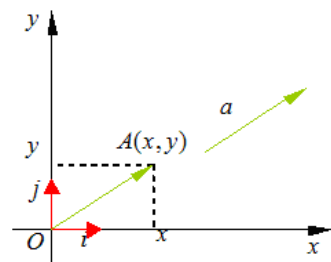
我们把有序数对 (x, y) 叫做向量 $\mathbf{a}$ 的坐标, 记作 $\vec{a} = (x, y)$.



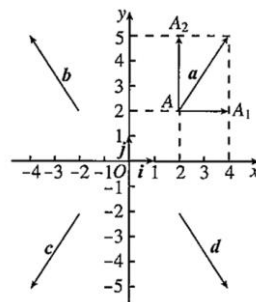
其中 x 叫做 $\mathbf{a}$ 在 x 轴上的坐标, y 叫做 $\mathbf{a}$ 在 y 轴上的坐标, 式叫做向量的坐标表示.

显然 $\mathbf{i} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\mathbf{j} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\mathbf{0} = \underline{\hspace{2cm}}$.

问题 3: 请思考平面内任意一个向量的坐标与点的坐标之间的联系。



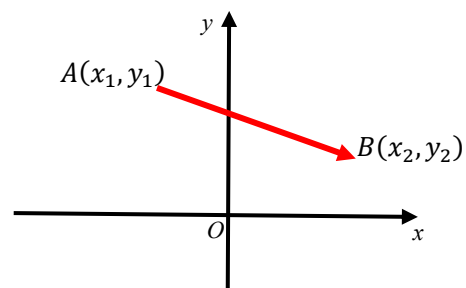
例 1 如图, 分别用基底 $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$ 表示向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}$, 并求出它们的坐标.



问题 4: 已知 $\mathbf{a} = (x_1, y_1)$, $\mathbf{b} = (x_2, y_2)$, 你能得出 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 的坐标吗?

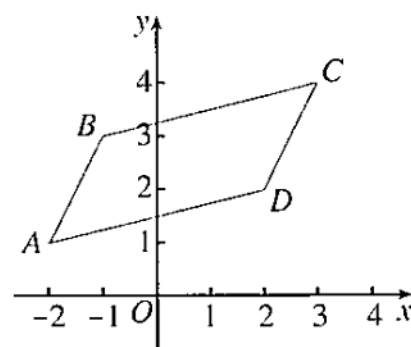
例 2 已知 $\mathbf{a} = (2, 1)$, $\mathbf{b} = (-3, 4)$, 求 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 的坐标.

问题 5: 已知 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 你能得出 $\overrightarrow{AB}$ 的坐标吗?



例 3 已知, 平行四边形 $ABCD$ 的三个顶点坐标分别为 $A(-2, 1)$, $B(-1, 3)$, $C(3, 4)$, 求顶点 D 的坐标.

分析: 由平行四边形你能想到哪些向量关系?



小结提升:

课堂小结: