6.2.3 平面向量的数乘运算拓展提升答案

1.设 $\boldsymbol{e_1}$，$\boldsymbol{e_2}$ 是两个不共线的向量，若向量 $\boldsymbol{m}=-\boldsymbol{e_1}+k\boldsymbol{e}_2$ $(k\in\mathbf{R})$与向量 $\boldsymbol{n}=\boldsymbol{e}_2-2\boldsymbol{e}_1$ 共线，则 (D)

A.$k=0$　　B.$k=1$

C.$k=2$　　D.$k=\frac{1}{2}$

2.已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，且$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=-5\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=7\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$，则一定共线的三点是 (C)

A.B、C、D　　B.A、B、C

C.A、B、D　　D.A、C、D

3.已知△ABC 的三个顶点 A，B，C 及平面内一点 P，且$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{AB}$，则 (D)

A.P 在△ABC 内部

B.P 在△ABC 外部

C.P 在 AB 边上或其延长线上

D.P 在 AC 边上

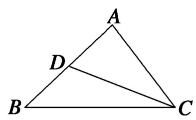
4.如图所示，D 是△ABC 的边 AB 上的中点，则向量$\overrightarrow{CD}=$___①___.(填写正确的序号)

①$-\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$；

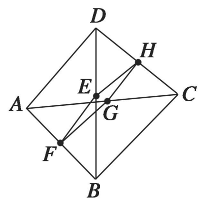
②$-\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$；

③$\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$；

④$\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$.



5.如图，$ABCD$ 为一个四边形，E、F、G、H 分别为 BD、AB、AC 和 CD 的中点，求证：四边形 $EFGH$ 为平行四边形.



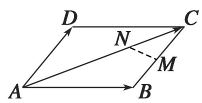
证明　∵F、G 分别是 AB、AC 的中点.

∴$\overrightarrow{FG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.同理，$\overrightarrow{EH}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

∴$\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{EH}$.同理$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG}$.

∴四边形 $EFGH$ 为平行四边形.

6.如图所示，在▱$ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{NC}$，$M$ 为 BC 的中点，试用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 表示$\overrightarrow{MN}$.



解　$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AN}=-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

$=-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}+\frac{3}{4}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\frac{1}{4}(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$.

7.两个非零向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 不共线.

(1)若 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=2\boldsymbol{a}+8\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=3(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，求证：$A$、$B$、$D$ 三点共线；

(2)求实数 k 使 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $2\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$ 共线.

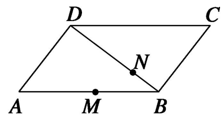
(1)**证明**　∵$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{a}+8\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}=6\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b}=6\overrightarrow{AB}$，∴$A$、$B$、$D$ 三点共线.

(2)**解**　∵$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $2\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$ 共线，∴$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\lambda(2\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b})$.

∴$(k-2\lambda)\boldsymbol{a}+(1-\lambda k)\boldsymbol{b}=0$，

∴$\begin{cases}k-2\lambda=0,\\1-\lambda k=0\end{cases}\Rightarrow k=\pm\sqrt{2}$.

8. 如图所示，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 M 是 AB 的中点，点 N 在 BD 上，且 $BN=\frac{1}{3}BD$.



求证：M、N、C 三点共线.

证明　设$\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则由向量减法的三角形法则可知：$\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

又∵N 在 BD 上且 $BD=3BN$，

∴$\overrightarrow{BN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})=\frac{1}{3}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，

∴$\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{BN}-\overrightarrow{BC}=\frac{1}{3}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-\boldsymbol{b}$

$=\frac{1}{3}\boldsymbol{a}-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}\right)$，

∴$\overrightarrow{CN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$，又∵$\overrightarrow{CN}$与$\overrightarrow{CM}$的公共点为 C，∴C、M、N 三点共线.