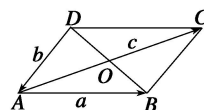


6.2.2 平面向量的减法拓展提升答案

1. 已知非零向量 a, b 满足 $|a| = \sqrt{7} + 1$, $|b| = \sqrt{7} - 1$, 且 $|a - b| = 4$, 则 $|a + b| = \underline{4}$.

2. 如图所示, O 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 的交点, 设 $\vec{AB} = a$, $\vec{DA} = b$, $\vec{OC} = c$, 求证: $b + c - a = \vec{OA}$.



证明 方法一 $\because b + c = \vec{DA} + \vec{OC}$

$$= \vec{OC} + \vec{CB} = \vec{OB},$$

$$\vec{OA} + a = \vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB},$$

$$\therefore b + c = \vec{OA} + a, \text{ 即 } b + c - a = \vec{OA}.$$

$$\text{方法二 } \because c - a = \vec{OC} - \vec{AB} = \vec{OC} - \vec{DC} = \vec{OD}, \quad \vec{OD} = \vec{OA} + \vec{AD} = \vec{OA} - b,$$

$$\therefore c - a = \vec{OA} - b, \text{ 即 } b + c - a = \vec{OA}.$$

3. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\vec{AB} = a$, $\vec{AD} = b$, 先用 a, b 表示向量 $\vec{AC}$ 和 $\vec{DB}$, 并回答: 当 a, b 分别满足什么条件时, 四边形 $ABCD$ 为矩形、菱形、正方形?

解 由向量加法的平行四边形法则, 得 $\vec{AC} = a + b$, $\vec{DB} = \vec{AB} - \vec{AD} = a - b$.

则有: 当 a, b 满足 $|a + b| = |a - b|$ 时, 平行四边形两条对角线相等, 四边形 $ABCD$ 为矩形;

当 a, b 满足 $|a| = |b|$ 时, 平行四边形的两条邻边相等, 四边形 $ABCD$ 为菱形;

当 a, b 满足 $|a + b| = |a - b|$ 且 $|a| = |b|$ 时, 四边形 $ABCD$ 为正方形.

4. 若 $a \neq 0$, $b \neq 0$, 且 $|a| = |b| = |a - b|$, 求 a 与 $a + b$ 所在直线的夹角.

解 设 $\vec{OA} = a$, $\vec{OB} = b$,

$$\text{则 } a - b = \vec{BA},$$

$$\because |a| = |b| =$$

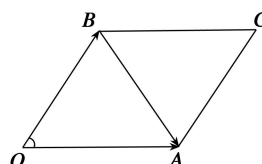
$$|a - b|,$$

$$\therefore |\vec{OA}| = |\vec{OB}| = |\vec{BA}|,$$

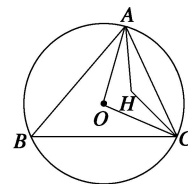
$$\therefore \triangle OAB \text{ 是等边三角形, } \therefore \angle BOA = 60^\circ.$$

$$\because \vec{OC} = a + b, \text{ 且在菱形 } OACB \text{ 中, 对角线 } OC \text{ 平分 } \angle BOA.$$

$$\therefore a \text{ 与 } a + b \text{ 所在直线的夹角为 } 30^\circ.$$



5.如图所示, O 为 $\triangle ABC$ 的外心, H 为垂心, 求证: $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.



证明 作直径 BD , 连接 DA 、 DC , 则 $\vec{OB} = -\vec{OD}$, $DA \perp AB$, $AH \perp BC$,

$CH \perp AB$, $CD \perp BC$.

$\therefore CH \parallel DA$, $AH \parallel DC$,

故四边形 $AHCD$ 是平行四边形.

$\therefore \vec{AH} = \vec{DC}$,

又 $\vec{DC} = \vec{OC} - \vec{OD} = \vec{OC} + \vec{OB}$,

$\therefore \vec{OH} = \vec{OA} + \vec{AH} = \vec{OA} + \vec{DC} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.

