函数的性质进一步研究第 15 课时—拓展提升任务答案

解：(1) $\because f(x)=(-x^2+ax)\mathrm{e}^{-x}$，$\therefore f'(x)=\left[x^2-(a+2)x+a\right]\mathrm{e}^{-x}$；

$\therefore$ 要使 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上单调递减，则 $f'(x)\le 0$ 在 $(-1,1)$ 恒成立，

$\therefore x^2-(a+2)x+a\le 0$ 在 $(-1,1)$ 恒成立；

令 $g(x)=x^2-(a+2)x+a$，则 $\begin{cases} g(-1)\le 0 \\ g(1)\le 0 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} 1+(a+2)+a\le 0 \\ 1-(a+2)+a\le 0 \end{cases}$，解得 $a\le -\dfrac{3}{2}$

(2) ①若函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减，则 $f'(x)\le 0$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 都成立；

即 $\left[x^2-(a+2)x+a\right]\mathrm{e}^{-x}\le 0$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 都成立；

$\because \mathrm{e}^{-x}>0$；$\therefore x^2-(a+2)x+a\le 0$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 都成立；

令 $g(x)=x^2-(a+2)x+a$，

$\because$图象开口向上

$\therefore x^2-(a+2)x+a\le 0$ 不可能对 $x\in\mathbf{R}$ 都成立

②若函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减，则 $f'(x)\ge 0$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 都成立；

即 $\left[x^2-(a+2)x+a\right]\mathrm{e}^{-x}\ge 0$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 都成立；

$\because \mathrm{e}^{-x}>0$；$\therefore x^2-(a+2)x+a\ge 0$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 都成立；

令 $g(x)=x^2-(a+2)x+a$，

$\because \Delta=(a+2)^2-4a=a^2+4>0$

$\therefore x^2-(a-2)x+a\ge 0$ 不可能对 $x\in\mathbf{R}$ 都成立

故函数 $f(x)$ 不可能在 $\mathbf{R}$ 上单调递增.

综上可知，函数 $f(x)$ 不可能是 $\mathbf{R}$ 上的单调函数