函数的性质进一步研究第 14 课时—课后作业答案

1. 【答案】C

【解析】由题意可得： $f'(x) = -3x^2 - 4x + 4 = -(x+2)(3x-2)$ ，

可求得函数 $f(x)$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的最小值为 -33 ，

结合恒成立的条件可得： $m^2 - 14m \leq -33$ ，解得实数 m 的取值范围是 $[3, 11]$ 。

2. 【答案】B

3. 【答案】C

【解析】由题意，当 $x \leq 0$ 时， $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 2$ ，可得函数 $f(x)$ 在 $[-2, 0]$ 上的最大值为 $f(-1) = 3$ ；

所以要使函数 $f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 3x^2 + 2, & x \leq 0 \\ e^{ax}, & x > 0 \end{cases}$ 在 $[-2, 2]$ 上的最大值为 3，

则当 $x \in (0, 2]$ 时， e^{ax} 的值必须小于等于 3，

又 e^{ax} 单调，即当 $x=2$ 时， e^{2a} 的值必须小于等于 3，即 $e^{2a} \leq 3$ ，解得 $a \in \left(-\infty, \frac{1}{2} \ln 3\right]$ 。

4. 解：(I) 因为点 $(1, 1)$ 在曲线 $y = f(x)$ 上，所以 $a = 1$ ， $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$

又 $f'(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x} - \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{x} - 2}{2x}$ ，所以 $f'(1) = -\frac{1}{2}$

在该点处曲线的切线方程为 $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 1)$ 即 $x + 2y - 3 = 0$

(II) 定义域为 $(0, +\infty)$ ， $f'(x) = \frac{a\sqrt{x}}{2x} - \frac{1}{x} = \frac{a\sqrt{x} - 2}{2x}$

(1) 当 $a \leq 0$ 时， $f'(x) < 0$ ，此时 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，所以不存在极小值；

(2) 当 $a > 0$ 时，令 $f'(x) = 0$ 可得 $x = \frac{4}{a^2}$

x	$\left(0, \frac{a^2}{4}\right)$	$\frac{a^2}{4}$	$\left(\frac{4}{a^2}, +\infty\right)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	单调递减		单调递增

所以 $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{4}{a^2}\right)$ 上单调递减, 在 $\left(\frac{4}{a^2}, +\infty\right)$ 上单调递增.

所以 $f(x)_{\text{极小值}} = f\left(\frac{4}{a^2}\right) = 2 - \ln \frac{4}{a^2}$, 所以 $2 - \ln \frac{4}{a^2} = 2$ 解得 $a = 2$ (舍负)