

## 复数加减法拓展提升 B 组试题

1. 计算  $(1-2i)+(-2+3i)+(3-4i)+(-4+5i)+\cdots+(1999-2000i)+(-2000+2001i)$ .

解：（解法一）

$$\text{原式} = (1-2+3-4+5-6+\cdots+1999-2000) + (-2+3-4+5-6+\cdots-2000+2001)i$$

$$= -1000 + 1000i$$

（解法二）

$$(1-2i)+(-2+3i) = -1+i;$$

$$(3-4i)+(-4+5i) = -1+i;$$

...

$$(1999-2000i)+(-2000+2001i) = -1+i.$$

将上列 1000 个式子累加，得  $1000(-1+i) = -1000 + 1000i$

2. 已知  $z_1, z_2 \in \mathbf{C}$ ,  $|z_1| = |z_2| = 1$ ,  $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$ , 求  $|z_1 - z_2|$ 。

答案：1

解析：由复数加、减法的几何意义可知，四边形  $OZ_1ZZ_2$  为菱形，由菱形对角线相互垂直的性质，解出  $|z_1 - z_2| = 1$

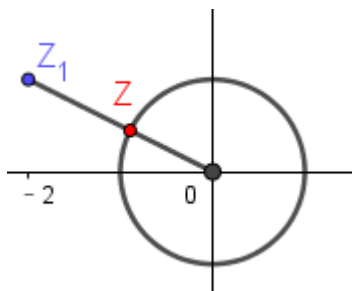
3. 已知  $z \in \mathbf{C}$  且  $|z| = 1$ ，则  $|z + 2 - i|$ （ $i$  为虚数单位）的最小值为\_\_\_\_\_。

答案  $\sqrt{5} - 1$

解析：由题意可知复数  $z$  所对应的点  $Z$  在以原点为圆心，半径为 1 的圆上。

$|z + 2 - i| = |z - (-2 + i)|$  可理解为单位圆上的点  $Z$  到点  $(-2, 1)$  的距离，

设  $Z_1(-2, 1)$ ，由图可知，最小值为  $\sqrt{5} - 1$ 。



4. 请同学们利用复数加、减法的几何意义证明以下结论

在复平面内,  $z_1, z_2$  对应的点分别为  $A, B$ ,  $z_1 + z_2$  对应的点分别为  $C$ ,  $O$  为坐标原点

(点  $O, A, B$  不共线)

- 1) . 四边形  $OACB$  为平行四边形。
- 2) . 若  $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$ , 则四边形  $OACB$  为矩形。
- 3) . 若  $|z_1| = |z_2|$ , 则四边形  $OACB$  为菱形。
- 4) . 若  $|z_1| = |z_2|$  且  $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$ , 则四边形  $OACB$  为正方形