

高一年级数学第 31 讲数与形的桥梁提升 B 组答案

1. 已知 $0 < a < 3$, 复数 $z = a + i$ (i 是虚数单位), 求 $|z|$ 的取值范围?

【答案】 $(1, \sqrt{10})$

【解析】 $|z| = \sqrt{a^2 + 1}$, 又因为 $0 < a < 3$, $|z| \in (1, \sqrt{10})$

2. 设 $z = (2t^2 + 5t - 3) + (t^2 + 2t + 2)i$, $t \in \mathbf{R}$, 则以下结论中正确的是()

- A. z 对应的点在第一象限 B. z 一定不是纯虚数
C. z 对应的点在实轴上方 D. z 一定是实数

【答案】 C

【解析】 $\because 2t^2 + 5t - 3 = (t+3)(2t-1)$ 的值可正、可负、可为 0, $t^2 + 2t + 2 = (t+1)^2 + 1 \geq 1$,
 $\therefore$ 排除 A、B、D, 选 C.

3. 实数 m 取什么值时, 复平面内表示复数 $z = 2m + (4 - m^2)i$ 的点

- (1) 位于实轴上;
(2) 位于一、三象限;
(3) 位于以原点为圆心, 以 4 为半径的圆上.

【答案】 (1) $m = 2$ 或者 -2 . (2) $m < -2$ 或 $0 < m < 2$. (3) $m = 0$ 或 $m = \pm 2$.

【解析】 (1) 若复平面内对应点位于实轴上, 则 $4 - m^2 = 0$, 即 $m = 2$ 或者 -2 .

(2) 若复平面内对应点位于一、三象限, 则 $2m(4 - m^2) > 0$, 解得 $m < -2$ 或 $0 < m < 2$.

(3) 若对应点位于以原点为圆心, 4 为半径的圆上,

$$\text{则 } \sqrt{4m^2 + (4 - m^2)^2} = 4$$

即 $m^4 - 4m^2 = 0$, 解得 $m = 0$ 或 $m = \pm 2$.

4. 已知复数 $z_1 = \sqrt{3} - i$ 及 $z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

- (1) 求 $|\overline{z_1}|$ 及 $|\overline{z_2}|$ 的值并比较大小;
(2) 设 $z \in \mathbf{C}$, 满足条件 $|z_2| \leq |z| \leq |z_1|$ 的点 Z 的轨迹是什么图形?

【答案】 (1) $|\overline{z_1}| = 2$, $|\overline{z_2}| = 1$, $|\overline{z_1}| > |\overline{z_2}|$. (2) $1 \leq |z| \leq 2$ 表示如图所示的圆环.

【解析】 (1) $|\overline{z_1}| = |\sqrt{3} + i| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

$$|\overline{z_2}| = \left| -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right| = 1. \therefore |\overline{z_1}| > |\overline{z_2}|.$$

(2) 由 $|z_2| \leq |z| \leq |z_1|$, 得 $1 \leq |z| \leq 2$.

因为 $|z| \geq 1$ 表示圆 $|z| = 1$ 外部所有点组成的集合.

$|z| \leq 2$ 表示圆 $|z| = 2$ 内部所有点组成的集合,

$\therefore 1 \leq |z| \leq 2$ 表示如图所示的圆环.

