

高一数学第 31 讲 数与形的桥梁学习指南

一、学习目标：

1. 理解复数的几何意义，能够类比实数的几何意义得出复数的点表示，并能够在复数的点表示基础上结合复数相等的概念整体认识复数的向量表示.
2. 能从形与数两个角度认识复数的模以及共轭复数. 会求复数的模以及共轭复数.
3. 感悟“类比”、“化归与转化”、“数形结合”等思想方法.

二、学法指导：

我们在前一节课学习了复数的概念，可能大家都跟原来的数学家一样，觉得虚数是“虚幻”的数，那么这一节课，我们将类比实数，探索复数的几何意义，大家要在积极思考的前提下，了解复数发展的历史过程，激发勇于探索、创新的精神，明确复数的几何意义，这样有助于大家对复数的理解和应用。

三、学习过程：

任务一：请大家回忆一下实数的几何意义是什么呢？

任务二：请大家回忆实数与复数之间的关系是什么？

任务三：类比实数，探究复数是否能也用点来表示？如果可以的话，该怎么表示呢？

建立了直角坐标系来表示复数的平面叫做_____。在复平面内 x 轴叫做_____， y 轴叫做_____。实轴与虚轴的交点叫做原点，原点 $(0, 0)$ 对应复数 0 。显然，实轴上的点都表示实数，除原点外，虚轴上的点表示_____。

复数的两种几何意义：

(1)

(2)

任务四：类比实数，猜想 $|z|$ 表示的涵义。

例 1. 设复数 $z_1 = 4 + 3i, z_2 = 4 - 3i$

(1) 在复平面内画出复数 z_1, z_2 对应的点和向量；

(2) 求复数 z_1, z_2 的模，并比较他们的大小。

一般地：两个复数的实部相等，虚部互为相反数时，这两个复数叫做互为_____. 虚部不等于 0 的两个共轭复数也叫做_____, 复数 z 的共轭复数记做 $\bar{z}$ ，即：如 $z = a + bi$ ，那么_____

思考：若 z_1, z_2 是共轭复数，那么对应的点有什么特点？

练习：1. 已知复数 $2+i$, $-2+4i$, $-2i$, 4 , $\frac{3}{2}-4i$

(1) 在复平面内画出这些复数对应的向量；

(2) 求出这些复数的模.

例 2. 设 $z \in \mathbf{C}$ ，在复平面内 z 对应的点为 Z ，那么满足下列条件的 Z 的集合是什么图形

(1) $|z|=1$, (2) $1 < |z| < 2$

小结：

本节课主要学习了复数的几何意义，一是用复平面内的点表示复数；二是复数的模就是复数所对应点到原点的距离；复数 z 的几何表示又一次沟通了代数与几何的联系，也为我们用向量方法解决复数问题或用复数方法解决向量问题创造了条件.

【*】1. 给出下列命题，其中是真命题的是_____

A. 纯虚数 z 的共轭复数是 $-z$

B. 复数的模一定是正实数

C. 复数的模为 0 则这个复数为零

D. 在复平面内，虚轴上的点所对应的复数都是纯虚数

E. 两个复数的模相等是这两个复数相等的必要条件

【*】2. 若复数 $(m^2-3m-4)+(m^2-5m-6)i$ 对应的点在实轴上，则实数 m 的值是()

A. -1

B. 4

C. -1 和 4

D. -1 和 6

【*】3. 若 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则复数 $(a^2-6a+10)+(-b^2+4b-5)i$ 对应的点在()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【*】4. “ z_1, z_2 互为共轭复数”是“ $|z_1|=|z_2|$ ”()

A 充分不必要条件

B 必要不充分条件

C 充要条件

D 既不充分也不必要条件

【*】5. 已知复数 $z=3+ai$ ($a \in \mathbf{R}$, i 为虚数单位), 且 $|z|<4$, 求实数 a 的取值范围

编者注：带【*】的内容，初学有难度，为选学培优要求，视频 2 里有讲解，本课时请重点学习常规内容