

函数的性质进一步研究第 9 课时—学习指南

【学习目标】

1. 掌握基本初等函数的导数公式、导数运算法则、复合函数的求导法则，能应用法则正确求导；
2. 通过导数运算和复合函数求导等练习，加深理解导数的运算法则，以及求导的准确性和灵活性.
3. 提升分析探究问题的能力，类比辨析公式和法则，培养理性精神.

【学习任务单】

一、知识梳理

1. 基本初等函数的导数公式表

函数	导数
$f(x) = c$ (c 为常数)	
$f(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{Q}^*$)	
$f(x) = \sin x$	
$f(x) = \cos x$	
$f(x) = a^x$	
$f(x) = e^x$	
$f(x) = \log_a x$	
$f(x) = \ln x$	

2. 导数的运算法则

导数运算法则	
1.	$[f(x) \pm g(x)]' =$
2.	$[f(x) \cdot g(x)]' =$
3.	$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' =$

推论: $[cf(x)]' = cf'(x)$ (常数与函数的积的导数, 等于常数乘函数的导数)

3. 复合函数的导数: 复合函数 $y = f(g(x))$ 的导数和函数 $y = f(u)$ 和 $u = g(x)$ 的导数

间的关系为 $y'_x = y'_u \cdot u'_x$, 即 y 对 x 的导数等于 y 对 u 的导数与 u 对 x 的导数的乘积.

二、例题讲解

例 1、求下列函数的导数

(1) $y = x^3 + \sin x + \cos x$

(2) $y = \frac{1}{x} - \sqrt[3]{x^2}$

(3) $y = (2x^2 + 3)(3x - 2)$

(4) $y = \frac{\ln x}{x + a}$

(5) $y = \tan x$

例 2、设函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$ ，且 $f(x) = x^2 + 2xf'(1)$ ，求 $f'(2)$ 的值.

例 3、求下列函数的导数.

1. $y = (2 - x^3)^2$;

2. $y = \ln(3x + 2)$

3. $y = \sin(\pi x + \varphi)$ (φ 为常数);

4. $y = e^{-x}$;

5. $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$;

6. $y = \cos^2 x$;

7. $y = \cos x^2$.

归纳小结：

1. 熟记基本初等函数求导公式是正确求导的前提条件；
2. 在对函数求导时，应仔细观察及分析函数的结构特征，紧扣求导法则，联系学过的求导公式，对不易用求导法则求导的函数，可适当地进行等价变形，以达到化异求同、化繁为简的目的；
3. 复合函数的求导熟练后，中间步骤可以省略，即不必再写出函数的复合过程，直接运用公式，从外层开始由外及内逐层求导.