函数性质的进一步研究第 8 课时学习指南

【学习目标】

1.理解函数的最大值和最小值的概念，掌握函数 $f(x)$ 在闭区间 $\left[a,b\right]$ 上所有点（包括端点 a,b）处的函数中的最大（或最小）值存在的充分条件；掌握求函数的极值及最值的方法和步骤.

2.学会判断函数的单调性及最值，分析函数图象.

3.提高类比推理的思维能力.

【学法指导】

本节内容是在学习了函数的极值与导数的基础上学习函数的最大（小）值与导数，所以需要注意极值与最值的关系，并根据极值和最值的关系来推导最值的存在和最值的求法. 我们在学习极值的基础上，知道了如何求函数在局部的最值（极值），现在将函数的范围扩宽，来学习函数在某个闭区间上的最大（小）值. 我们可以类比利用导数求极值的方法和极值与最值的关系来学习利用导数求最值.

【教学过程】

一、复习引入

问题 1 函数极值的定义

1. 极大值：一般地，设函数 $f(x)$在点 x_0 附近有定义，如果对 x_0 附近的所有的点，都有 $f(x)<f(x_0)$，就说 $f(x_0)$是函数 $f(x)$的一个极大值，记作 $y_{极大值}=f(x_0)$，x_0 是极大值点.

2. 极小值：一般地，设函数 $f(x)$在 x_0 附近有定义，如果对 x_0 附近的所有的点，都有 $f(x)>f(x_0)$．就说 $f(x_0)$是函数 $f(x)$的一个极小值，记作 $y_{极小值}=f(x_0)$，x_0 是极小值点.

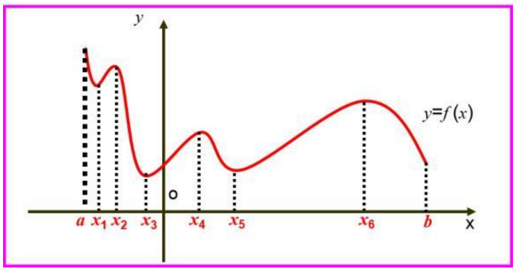
问题 2 判断函数 $f(x)$的极值的步骤

1.确定函数的定义区间，求导数 $f'(x)$；

2.求方程 $f'(x)=0$ 的根；

3.用函数的导数为 0 的点，顺次将函数的定义区间分成若干小开区间，并列成表格．检查 $f'(x)$在方程根左右的值的符号，如果左正右负，那么 $f(x)$在这个根处取得极大值；如果左负右正，那么 $f(x)$在这个根处取得极小值；如果左右不改变符号即都为正或都为负，那么 $f(x)$在这个根处无极值.

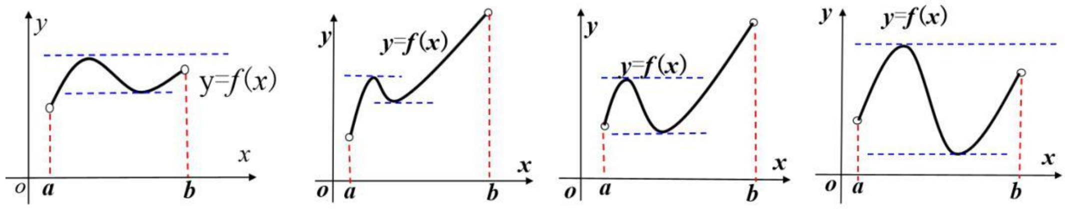
问题 3 观察下列图形,找出函数的极值



二、讲解新课

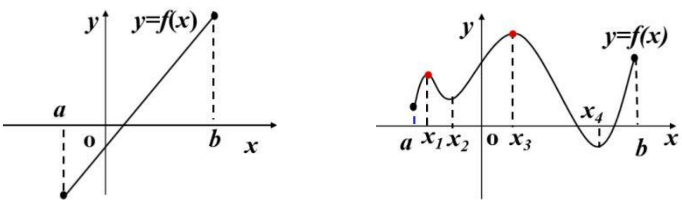
探究问题 1 开区间上的最值问题

如图，观察（a，b）上的函数 y=f(x)的图像，它们在(a，b)上有最大值、最小值吗？如果有，最大值和最小值在什么位置取到？

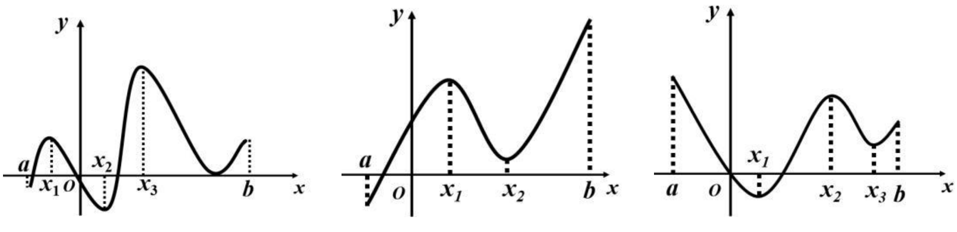


探究问题 2 闭区间上的最值问题

如图，观察[a，b]上的函数 y=f (x)的图像，它们在[a，b]上有最大值、最小值吗？如果有，最大值和最小值在什么位置取到？



练习 1 观察下列图形,找出函数的最值并总结规律

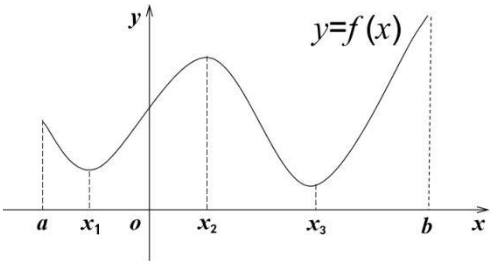


总结规律：

一般地，如果在闭区间 $[a,b]$ 上函数 $y=f(x)$ 的图像是一条连续不断的曲线，那么函数 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 上必有最大值与最小值.

练习 2 观察右边一个定义在区间[a，b]上的函数 y=f (x)的图象：发现图中____________是极

小值，_________是极大值，在区间上的函数的最大值是______，最小值是_______.



思考：如果在没有给出函数图象的情况下，怎样才能判断出 $f(x_3)$是最小值，而 $f(b)$是最大值呢？

小结：求 $f(x)$在闭区间 [a,b]上的最值的步骤：

____

____

三、典型例题

例 1.求函数 $f(x)=48x-x^3$ 在区间[-3, 5]上的最值.

巩固练习：求函数 $f(x)=2x^3-3x^2-12x+5$ 在区间[-2, 1]上的最值

四、课堂小结

____

____