回顾三角形中的边与角---学习指南

1. **学习目标：**
2. 熟悉三角形中边与角的正余弦关系、公式的结构特点，知道这两种关系在能解决解三角形中哪些问题.

2．能根据问题中所给的边角关系，做出合理选择，实现边角的转化，从而解决问题.归纳总结解题方法。

3．体会数学中的转化思想，提高数学运算素养，逻辑推理素养.

**二、学法指导：**

我们在24、25、27课时探究了三角形边与角的正余弦关系，得到了新的三角形的面积公式。对解决三角形的边角关系有了方法和思路。这节课我们就已经学习探究过的结论、公式做一个梳理。进一步熟悉得到的结论、公式，归纳总结解题方法。在学习过程中关注的转化思想，数形结合思想和方程思想.进一步提升数学运算素养，逻辑推理素养.

**三、学习过程：**

**（一）主要结论的回顾**

**1、正弦关系：**（为三角形外接圆半径）

（1）公式的变形： ①

②

③

$ = 4 \\* GB3 \\* MERGEFORMAT $④

（2）面积公式

2、**余弦关系：**

 

  公式变形 

. 

若C=900,则，所以勾股定理是余弦关系的特例。因此

△ABC为直角三角形

△ABC为钝角三角形

，是△ABC为锐角三角形必要不充分条件。

1. **正余弦关系在解三角形中能解决的问题**

**（1）已知三边，或两边及夹角用余弦关系；**

**（2）已知两角及任意一边用正弦关系**

**（3）已知两边及一边对角，可用正弦关系、也可以用余弦关系。**

**（此时会出现无解、一解、两解的情况）**

**多解时注意检验。检验方法：①三角形内角和为1800**

**②大边对大角 、两边之和大于第三边。**

**③画三角形**

**④将解代回已知条件，看是否符合。**

**4、在△ABC中注意**：

 （1）

（2）

**（3）**

**(二)典型问题的讲解**

**问题1：**在中,若 ，则

解析：属于“边边角”问题，即可以用正弦，也可以用余弦关系。

法一：由正弦关系得

 

 

**变式：若 ,则边 .**

变式的法一：由正弦关系，由于A不是特殊角，较为麻烦。同学们可以自己试试。

 

小结 **“边边角”问题求第三边** 1、可以使用正弦、也可用余弦；

2、当已知角对大边，用余弦关系方便；当已知角对小边，用余弦可能无解一解或两解。若还有其他条件，一定注意检验。

**问题2：**在△ABC中，已知

（Ⅰ）求角的大小； （Ⅱ）若求△ABC的面积。

解：（Ⅰ）

 

 

 

（Ⅱ）由余弦关系知：

 





**问题3：**在△ABC中，若，则△ABC的形状为直角三角形或钝角三角形

 解析：

法一：由正弦关系得





在△ABC中，若则，三角形为直角三角形。

若则，三角形为钝角三角形。

法二：由余弦关系得

在△ABC中，若，则，三角形为直角三角形。

若，则，三角形为钝角三角形。

小结①当等式（或不等式）两边是边或角正弦的齐次式，可用正弦关系“边化角，角化边”

**②**当分子、分母是边或角正弦的齐次式，也可用正弦关系“边化角，角化边”

**问题4：**如图，在中，，点在边上，且，.

（Ⅰ）求； （Ⅱ）求的长.

解：（Ⅰ）









法二：因为 ,所以



所以

 

（Ⅱ） ，

 在△ABD中，由正弦关系

在△ABC中，

 由余弦关系

 

**（另法：**在△ABD中，由正弦关系****

在△ADC中,由余弦关系 

**）**

小结 ①正余弦关系是一个三角形中的边角关系，当多个三角形“套”在一起是，要根据条件分析在哪个三角形中才能使用这些关系。

② 选择三角形的前提是至少有一边已知，条件多优先。

③注意观察三角形之间的边角联系。（如三角形外角等于不相邻的两内角和，公共边、公共角等）

**问题5：**在中，,求的最大值。

解：不妨设中角*A,B,C*所对的边为**，则**，求**的最大值。

法一：由余弦关系知：

 

当且仅当时取等号，即三角形为等边三角形时，所以**的最大值

法二：由正弦关系，（为三角形外接圆半径）

 ****

**

 **

 **

所以三角形为等边三角形时，**有最大值。

**变式：**满足条件的三角形的面积的最大值是\_\_\_\_\_.

解：不妨设中角*A,B,C*所对的边为**，则**，

由余弦关系知：



三角形的面积****

所以当，三角形的面积最大，最大值为

**小结 ①** 求一个变化量的最值，一般是建立这个量的目标函数或者建立这个量满足的不等关系。

问题4的法二及变式就是建立求最值量的目标函数；而问题4的法一，则是通过建立不等关系，

解不等式求最值。

②三角形中的最值问题，一般会有利用边做或利用角做两种选择。

**（三）解题方法的总结**

三角形中的正余弦关系，完美地揭示了三角形边与角之间的秘密，让我们在边角之间任意转换。

“边化角，角化边”是我们解决三角形问题的主要策略。

（1）已知三边，或两边及夹角用余弦关系；

 （2）已知两角及任意一边用正弦关系

 （3）已知两边及一边对角，可用正弦关系、也可以用余弦关系。

（此时会出现无解、一解、两解的情况）

“边边角问题”求边，利用余弦关系，建立所求边的二次方程较为简便。