《三角形中优美的边角关系》拓展提升 A 组评价答案

1．在△ABC 中，已知 $a∶b∶c=3∶4∶5$，则$\dfrac{2\sin A-\sin B}{\sin C}=$________．$\dfrac{2}{5}$

2．在△ABC 中，若 $b=5$，$B=\dfrac{\pi}{4}$，$\sin A=\dfrac{1}{3}$，则 $a=$________．$\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$

3.在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且$\sqrt{3}b\sin A=a\cos B$.则 B________

解　(1)由$\sqrt{3}b\sin A=a\cos B$ 及正弦定理，

得$\sqrt{3}\sin B\sin A=\sin A\cos B$.

在△ABC 中，$\sin A\neq 0$，∴$\sqrt{3}\sin B=\cos B$，

∴$\tan B=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

∵$0<B<\pi$，∴$B=\dfrac{\pi}{6}$.

4.在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别是 a，b，c.已知 $8b=5c$，$C=2B$，则 cosB=__________$\sin C$=__________

解析　因为在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别是 a，b，c.已知 $8b=5c$，$C=2B$，所以 $8\sin B=5\sin C=5\sin 2B=10\sin B\cos B$，所以 $\cos B=\dfrac{4}{5}$，又 B 为三角形内角，所以 $\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\dfrac{3}{5}$.

所以 $\sin C=\sin 2B=2\times\dfrac{4}{5}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{24}{25}$.

5．在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c.若 $a=\sqrt{2}$，$b=2$，$\sin B+\cos B=\sqrt{2}$，则角 A 的大小为　　(　　)D

A.$\dfrac{\pi}{2}$　　B.$\dfrac{\pi}{3}$　　C.$\dfrac{\pi}{4}$　　D.$\dfrac{\pi}{6}$

6．在△ABC 中，若 $\tan A=\dfrac{1}{3}$，$C=150°$，$BC=1$，则 $AB=$________．$\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

7．ΔABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a，b，c，已知 $a=3,\cos A=\dfrac{\sqrt{6}}{3},B=A+\dfrac{\pi}{2}$，

(1)求 b 的值；
(2)求 ΔABC 的面积.

【答案】（1） $3\sqrt{2}$ **（2）** $\dfrac{3}{2}\sqrt{2}$

【解析】（1）因 $0<A<\pi$，故 $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

因 $B=A+\frac{\pi}{2}$，故 $\sin B=\sin\left(A+\frac{\pi}{2}\right)=\cos A=\frac{\sqrt{6}}{3}$

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，得 $b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{3\times\frac{\sqrt{6}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=3\sqrt{2}$

（2）$\cos B=\cos\left(A+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin A=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\sin C=\sin\left[\pi-\left(A+B\right)\right]=\sin\left(A+B\right)$

$=\sin A\cos B+\cos A\sin B$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)+\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{1}{3}$

ΔABC 的面积为 $\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 3\times 3\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$