

【课时作业答案】

1. 若等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_1 = -1, b_1 = 2, a_3 + b_2 = -1$, 试写出一组满足条件的数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式: $a_n = \underline{\hspace{2cm}}, b_n = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案: $-n$; 2 (答案不唯一)

2. 能说明“设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 对于任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, 若 $a_{n+1} > a_n$, 则 $S_{n+1} > S_n$ ”为假命题的一个等差数列为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (写出数列的通项公式)。

答案: $a_n = n - 4$ (答案不唯一)

3. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $\forall n \in \mathbf{N}^*, a_{n+1} > a_n, S_n \geq S_6$. 请写出一个满足条件的数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案: $n - 6 (n \in \mathbf{N}^*)$ (答案不唯一)

4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 能够说明“若数列 $\{a_n\}$ 是递减数列, 则数列 $\{S_n\}$ 是递减数列”是假命题的数列 $\{a_n\}$ 的一个通项公式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

答案: 满足 $a_1, a_2 > 0, d < 0$ (答案不唯一)

5. 2018 年国际象棋奥林匹克团体赛中国男队、女队同时夺冠. 国际象棋中骑士的移动规则是沿着 3×2 格或 2×3 格的对角移动. 在历史上, 欧拉、泰勒、哈密尔顿等数学家研究了“骑士巡游”问题: 在 $8 \times 8 = 64$ 格的黑白相间的国际象棋棋盘上移动骑士, 是否可以让骑士从某方格内出发不重复地走遍棋盘上的每一格?

图(一)给出了骑士的一种走法, 它从图上标 1 的方格内出发, 依次经过标 2, 3, 4, 5, 6, $\dots$, 到达标 64 的方格内, 不重复地走遍棋盘上的每一格, 又可从标 64 的方格内直接走回到标 1 的方格内. 如果骑士的出发点在左下角标 50 的方格内, 按照上述走法, $\underline{\hspace{2cm}}$ (填“能”或“不能”)走回到标 50 的方格内.

若骑士限制在图(二)中的 $3 \times 4 = 12$ 格内按规则移动, 存在唯一一种给方格标数字的方式, 使得骑士从左上角标 1 的方格内出发, 依次不重复经过 2, 3, 4, 5, 6, $\dots$, 到达右下角标 12 的方格内, 分析图(二)中 A 处所标的数应为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

35	38	27	16	29	42	55	18
26	15	36	39	54	17	30	43
37	34	13	28	41	32	19	56
14	25	40	33	20	53	44	31
63	12	21	52	1	8	57	46
24	51	64	9	60	45	2	5
11	62	49	22	7	4	47	58
50	23	10	61	48	59	6	3

图（一）

1			
A			
3			12

图（二）

答案：能；8

6. 已知 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的无穷等比数列，其前 n 项和为 $\{S_n\}$ ，满足 $a_3=12$ ，. 是否存在正整数 k ，使得 $S_k > 2019$ ？若存在，求 k 的最小值；若不存在，说明理由.

从① $q = 2$ ，② $q = \frac{1}{2}$ ，③ $q = -2$ 这三个条件中任选一个，补充在上面问题中并作答.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分。

解法一：选择条件①得 $a_1 = 3, q = 2$. 则 $a_n = 3 \times 2^{n-1}$

$$S_k = \frac{3(1-2^k)}{1-2} > 2019, \text{ 解得 } 2^k > 674, \text{ 所以 } k \geq 10, \text{ 最小值为 } 10$$

解法二：选择条件②得 $S_k = \frac{48(1-\frac{1}{2^k})}{1-\frac{1}{2}} > 2019$, k 无解。

解法三：选择条件③得 $S_k = \frac{3(1-(-2)^k)}{1+2} > 2019$, $k \geq 11$ 且 k 为奇数, 最小为 11.