

《创新压轴题——新定义》课后作业

【课后作业】

(2016 北京高理 20 题) 设数列 $A: a_1, a_2, \dots, a_N (N \geq 2)$. 如果对小于 $n (2 \leq n \leq N)$ 的每个正整数 k 都有 $a_k < a_n$, 则称 n 是数列 A 的一个“ G 时刻”. 记 $G(A)$ 是数列 A 的所有“ G 时刻”组成的集合.

(1) 对数列 $A: -2, 2, -1, 1, 3$, 写出 $G(A)$ 的所有元素.

(2) 证明: 若数列 A 中存在 a_n 使得 $a_n > a_1$, 则 $G(A) \neq \emptyset$.

(3) 证明: 若数列 A 满足 $a_n - a_{n-1} \leq 1 (n = 2, 3, \dots, N)$, 则 $G(A)$ 的元素个数不小于 $a_N - a_1$.