

高一年级数学第 23 课时

三角形的秘密拓展提升作业 A 组答案

1. D

本题考查了重心的定义

根据正方形的性质对各个结论进行分析从而得出最后答案.

线段的重心就是线段的中点, 因此①是正确的;

根据正方形的性质可以得到 O 是 AC 的中点. 同理 E 是 BC 的中点. 则 G 是 $\triangle ABC$ 中心线的交点. 即 G 是 $\triangle ABC$ 的重心; 同理 H 是 $\triangle ACD$ 的重心. 故②③④正确.

故选 D.

2. 4

如图, 连接 AE 并延长交 BD 于 G , 连接 AF 并延长交 CD 于 H ,

$\because$ 点 E、F 分别是 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的重心,

$$\therefore DG = \frac{1}{2}BD, \quad DH = \frac{1}{2}CD, \quad AE = 2GE, \quad AF = 2HF,$$

$$\because BC = 12,$$

$$\therefore GH = DG + DH = \frac{1}{2}(BD + CD) = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 12 = 6,$$

$$\because AE = 2GE, \quad AF = 2HF,$$

$$\therefore \frac{AE}{AG} = \frac{AF}{AH} = \frac{2}{3},$$

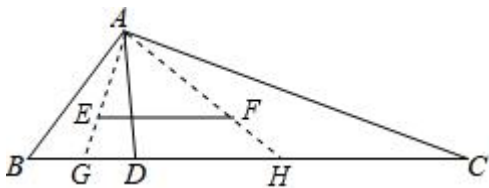
$$\because \angle EAF = \angle GAH,$$

$$\therefore \triangle EAF \sim \triangle GAH,$$

$$\therefore \frac{EF}{GH} = \frac{AE}{AG} = \frac{2}{3},$$

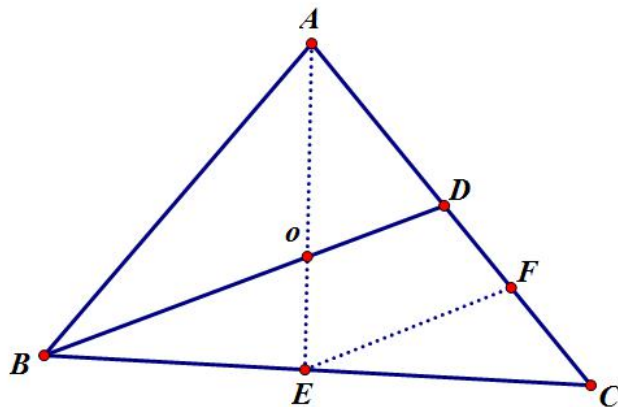
$$\therefore EF = 4,$$

故答案为: 4



3. 1:3

如图所示：延长 BO 交 AC 于 D ，设点 E 是 BC 上的中点，连接 AE ，过点 E 作 $EF \parallel BD$ 交 AC 于点 F ，



$\because$ 点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心，

$\therefore AD = DC$ ， $BE = EC$ ，

又 $\because BD \parallel EF$ ， $BE = EC$ ，

$\therefore DF = \frac{1}{2} DC = FC$ ，

又 $\because AD = DC$ ，

$\therefore DF = \frac{1}{2} AD$ ，

又 $\because OD \parallel EF$ ，

$\therefore OD:EF = AD:AF = 1:\frac{3}{2}$ ，

又 $\because EF = \frac{1}{2} BD$ ，

$\therefore OD: \frac{1}{2} BD = 1: \frac{3}{2}$ ，即 $OD: BD = 1: 3$ ，

$\therefore BO = 2OD$ ，

又 $\because AD = DC$ ，

$\therefore S_{\triangle ADB} = S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ ， $S_{\triangle BOC} = 2S_{\triangle ODC}$ ，

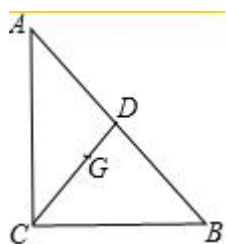
$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{2}{3} S_{\triangle BDC}$ ，

$\therefore S_{\triangle BOC} : S_{\triangle ABC} = 1:3$ ，

故答案是：1:3．

4. $\frac{10}{3}$

如图：



在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=6$ ， $BC=8$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10,$$

$\because G$ 为 $\triangle ABC$ 的重心，

$\therefore CD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$$\therefore CD = \frac{1}{2} AB = 5,$$

$\because G$ 为 $\triangle ABC$ 的重心，

$$\therefore CG = \frac{2}{3} CD = \frac{10}{3},$$

故答案为： $\frac{10}{3}$ 。

5. (1) 6；(2) ①见解析；② $a^2 + c^2 = 5b^2$ 。

(1) $\because G$ 是 $\triangle ABC$ 的重心，

$$\therefore \frac{AG}{GD} = \frac{BG}{GE} = \frac{CG}{GF} = 2,$$

$$\therefore \frac{AG}{GD} + \frac{BG}{GE} + \frac{CG}{GF} = 6.$$

即 $\frac{AG}{GD} + \frac{BG}{GE} + \frac{CG}{GF}$ 的值为 6.

(2) $\because G$ 是 $\triangle ABC$ 的重心，

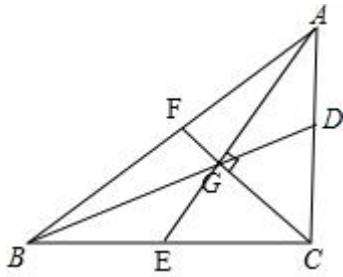
$$\therefore BG = 2GD;$$

在 $Rt\triangle AGC$ 中， GD 是斜边上的中线，

$$\therefore AC = 2GD,$$

$$\therefore BG = AC.$$

(3) 如图，



设 $FG=x$, $EG=y$, 则 $CG=2x$, $AG=2y$,

在 $\text{Rt}\triangle AGC$ 中, $\angle AGC=90^\circ$, 根据勾股定理可得 $AG^2 + CG^2 = AC^2$, 即 $4x^2 + 4y^2 = b^2$ ①;

在 $\text{Rt}\triangle AGF$ 中, $\angle AGF=90^\circ$, 根据勾股定理可得 $AG^2 + FG^2 = AF^2$, 由 $AF=\frac{1}{2}AB$ 即可得 $x^2 + 4y^2 = \frac{1}{4}c^2$, 即 $4x^2 + 16y^2 = c^2$ ②;

在 $\text{Rt}\triangle EGC$ 中, $\angle EGC=90^\circ$, 根据勾股定理可得 $EG^2 + CG^2 = EC^2$, 由 $EC=\frac{1}{2}BC$ 即可得 $4x^2 + y^2 = \frac{1}{4}a^2$, 即 $16x^2 + 4y^2 = a^2$ ③;

②+③可得 $20x^2 + 20y^2 = a^2 + c^2$, 即 $5(4x^2 + 4y^2) = a^2 + c^2$

$\therefore 4x^2 + 4y^2 = b^2$,

$\therefore a^2 + c^2 = 5b^2$.