

从生活中的测量谈起学习指南

【学习目标】

1. 能利用三角形的边角关系解决一些简单的实际问题；
2. 能够将三角形的边角关系进行量化表示。

【学法指导】

解三角形的应用性问题，需通过阅读题意，转化为相应的数学模型，然后运用解三角形的知识解决。将三角形中的边角关系进行量化处理与高中三角函数、向量、正余弦定理等部分知识都有密切的联系，因而扎实掌握三角形的相关知识是高中进一步学习的基础。

【学习任务单】

一、相关术语

解三角形的应用型问题主要表现在测量距离问题、高度问题，其相关术语有：

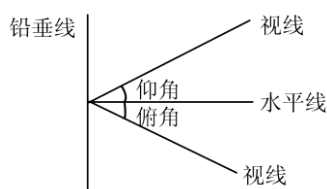
仰角：视线与水平线所成的角中，当视线在水平线上方时叫做仰角

俯角：视线与水平线所成的角中，当视线在水平线下方时叫做俯角

坡角：坡面与水平面的夹角

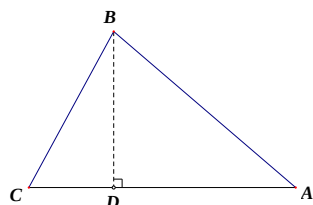
坡度（比）：坡面的垂直高度和水平距离的比

方位角：从正北方向顺时针旋转到目标方向的水平角



二、在直角三角形中，已知两直角边可用勾股定理求第三边，对于锐角三角形和钝角三角形，已知两边及其夹角，能否求出第三条边的长。

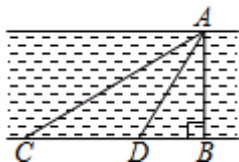
探究：在 $\triangle ABC$ 中，已知 $BC=a$ ， $AC=b$ 和 $\angle C=\alpha$ ，求 AB 边的长。（用 b, c 和 α 表示）



二、典例分析

题型一、实际问题应用举例

例 1. (测量距离问题) 如图所示, 某班数学课外活动小组在河边测量河宽 AB (这段河流的两岸平行), 他们在点 C 测得 $\angle ACB=30^\circ$, 点 D 处测得 $\angle ADB=60^\circ$, $CD=80m$, 则河宽 AB 约为_____m (结果保留整数, $\sqrt{3}\approx 1.73$).



【解析】: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=30^\circ$, $\angle ADB=60^\circ$,

$\therefore \angle DAC=30^\circ$, $\therefore DA=DC=80$,

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\frac{AB}{AD} = \sin \angle ADB = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$AB = \frac{\sqrt{3}}{2} AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 80 = 40\sqrt{3} \approx 69$ (米), 故答案为 69.

题型二、三角形边角关系量化表示 (已知两边及其夹角求第三边)

例 2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , $AB=8$, $\angle ABD=30^\circ$, $BC=4\sqrt{3}+4$, 求 AC 的长.

【解析】 $\because AD \perp BC$ 于点 D , $\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\because AB=8$, $\angle ABD=30^\circ$, $\therefore AD = \frac{1}{2}AB = 4$,

$BD = \sqrt{3}AD = 4\sqrt{3}$, 又 $BC = 4\sqrt{3}+4$, $\therefore DC = BC - BD = 4$

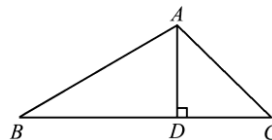
在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\because DC=AD=4$. $\therefore AC = \sqrt{2}DC = 4\sqrt{2}$.

注: 本题也可用余弦定理进行求解, 即

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$, 代入数值得

$$AC^2 = 8^2 + (4\sqrt{3}+4)^2 - 2 \times 8 \times (4\sqrt{3}+4) \cdot \cos 30^\circ = 32$$

$$\therefore AC = 4\sqrt{2}$$



三、同步练习

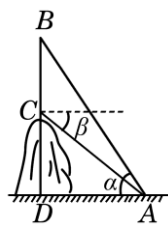
1. (测量高度问题) 如图, 山顶有一座电视塔, 在地面上一点 A 处测得塔顶 B 处的仰角 $\alpha = 60^\circ$, 在塔底 C 处测得 A 点俯角 $\beta = 45^\circ$, 已知塔高 60 米, 则山高 CD 等于()

A. 30 米

B. $30(\sqrt{3}-1)$ 米

C. $30(1+\sqrt{3})$ 米

D. $(30\sqrt{3}+1)$ 米



2. 已知 $\triangle ABC$ 中 $AB=AC=20$, $BC=32$, D 是 BC 上一点, 且 $AD \perp AC$, 求 BD 的长。