

《函数的性质进一步研究第1课时》拓展提升任务答案

1. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \in [0, 1), \\ 2 - x^2, & x \in [-1, 0), \end{cases}$ 且 $f(x+2) = f(x)$. 若方程 $f(x) - kx - 2 = 0$ 有三个

不相等的实数根, 则实数 k 的取值范围是 (C)

- A. $(\frac{1}{3}, 1)$ B. $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{4})$ C. $(\frac{1}{3}, 1) \cup (-1, -\frac{1}{3})$ D. $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - a, & x < 1 \\ 4(x-a)(x-2a), & x \geq 1 \end{cases}$

①若 $a = 1$, 则 $f(x)$ 的最小值为_____; -1

②若 $f(x)$ 恰有 2 个零点, 则实数 a 的取值范围是_____. $[\frac{1}{2}, 1) \cup [2, +\infty)$

②解析

(1) 若函数 $h(x) = 2^x - a$ 在 $x < 1$ 时与 x 轴有一个交点所以 $a > 0$, 并且当 $x = 1$ 时 $h(1) = 2 - a > 0$ 所以 $0 < a < 2$, 函数 $g(x) = 4(x-a)(x-2a)$ 有一个交点所以 $2a \geq 1$ 且 $a < 1$ 所以 $\frac{1}{2} \leq a < 1$

(2) 若函数 $h(x) = 2^x - a$ 与函数没有交点, $g(x) = 4(x-a)(x-2a)$ 有两个交点当 $a \leq 0$, $h(x)$ 与 x 轴无交点, $g(x)$ 无交点, 所以不满足题意, 当时 $a \geq 2$, $g(x)$ 的两个交点 $x_1 = a, x_2 = 2a$ 都是满足题意的,

综上 a 的取值范围是 $[\frac{1}{2}, 1) \cup [2, +\infty)$