

课题：以 45° 抛出的铅球抛得最远吗？

一、学习目标

能利用运动合成与分解的知识，去分析铅球抛出距离的问题。

二、学习内容

铅球是运动场上的一个热门项目。运动员将重重的铅球托起，放到腮帮下，旋转两圈后，用力将球掷出去。球在空中划出一道完美的弧线，博得观众的一阵阵掌声。铅球抛出手时，要有一个出手的角度，可这个角度多大时，铅球才会掷得更远呢？

我们在物理教科书中都讨论过类似掷铅球这种问题：设某一抛体以一定的速率斜抛，如果把空气阻力忽略不计，则它落回同一水平面时，其水平距离以仰角 45° 时为最大。但是，推铅球是在现实生活中，不可能不计空气阻力，而且抛掷点不是在地面上，而是离地一段高度 h 。以同一出手速率做出 45° 及 40° 仰角抛掷，当落回抛物点同一水平时，水平距离以 45° 者较大。但是，当它们落到地面时，水平距离却是 40° 仰角时较大。这是为什么呢？下面就这个问题与同学们一起进行探讨。

1. 斜抛运动的射程

若不考虑空气的阻力，一个物体沿斜向抛出后的运动，叫做斜抛运动。

跟我们学过的平抛运动一样，斜抛运动的轨迹也是一条抛物线，但与平抛运动相比，斜抛运动是更为常见的抛体运动。

我们可以仿照平抛运动的处理方法对斜抛运动进行讨论。

请看视频：斜抛运动的射程

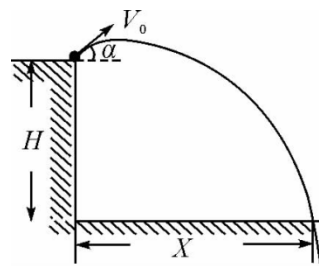
2. 研究铅球的斜抛运动（本部分选读）

铅球在空中的运动，所受空气的阻力远小于铅球的重力，可视为斜抛运动。

如图所示，设铅球的初速度为 V_0 ，抛出点与落地点的水平高度差为 H 。设初速度与水平方向的夹解为 α 。

对初速度 V_0 进行分解，可得：

$$\begin{cases} X = V_0 \cos \alpha & \text{①} \\ -H = V_0 \sin \alpha \cdot \frac{1}{2} g t & \text{②} \end{cases}$$



利用 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 消去①②中的 α ，得到

$$X^2 = -\frac{1}{4} g^2 t^4 + g H t^2 - H^2 + V_0^2 t^2 \quad \text{③}$$

整理③式可得：

$$\begin{aligned}
X^2 &= -\frac{1}{4}g^2[t^4 - 4(\frac{H}{g} + \frac{V_0^2}{g^2})t^2] - H^2 \\
&= -\frac{1}{4}g^2[t^4 - 4(\frac{H}{g} + \frac{V_0^2}{g^2})t^2 + (\frac{H}{g} + \frac{V_0^2}{g^2})^2] - H^2 + (\frac{H}{g} + \frac{V_0^2}{g^2})^2 \quad ④ \\
&= -\frac{1}{2}g^2[t^2 - 2(\frac{V_0^2 + gH}{g^2})]^2 + [(\frac{V_0^2 + gH}{g^2})^2 - H^2]
\end{aligned}$$

从④式可以看出，当 $t = \sqrt{\frac{2(V_0^2 + gH)}{g^2}}$ 时， X 最大，且

$$X_m = \sqrt{\frac{(V_0^2 + gH)^2}{g^2} - H^2} = \frac{V_0}{g} \sqrt{V_0^2 + 2gH} \quad ⑤$$

设铅球质量为 m ，落地前瞬间的速度为 V_t ，根据机械能守恒定律有

$$mgH + \frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}mV_t^2$$

$$\text{则有} \quad V_t = \sqrt{V_0^2 + 2gH} \quad ⑥$$

$$\text{将⑥式代入⑤式得：} X_m = \frac{V_0 V_t}{g} \quad ⑦$$

$$\text{从①和②式中可得：} \tan \alpha = \frac{\frac{1}{2}gt^2 - H}{X} \quad ⑧$$

设当初速度与水平方向的夹角为 β 时，铅球的水平射程最大，则有

$$\tan \beta = \frac{\frac{1}{2}gt^2 - H}{X_m} \quad ⑨$$

将 $t = \sqrt{\frac{2(V_0^2 + gH)}{g^2}}$ 和 $X_m = \frac{V_0 V_t}{g}$ 代入⑨式可得

$$\tan \beta = \frac{V_0}{V_t} \quad ⑩$$

由以上推导可知，从距水平地面高为 H 的铅球以初速度 V_0 斜抛时：

当初速度方向与水平方向的夹角为 β ($\tan \beta = \frac{V_0}{V_t}$) 时，小球的水平射程最大，且

最大射程 $X_m = \frac{V_0 V_t}{g}$ ，其中 $V_t = \sqrt{V_0^2 + 2gH}$ 。

3. 请根据 2 中的结论，分别证明以下三个结论：

(1) 抛出点和落地点在同一水平面上时，只是上面结论的一个特殊情况，以上结论同样适用；

(2) 当物体从水平地面向高处地面 H 处的地方以 V_0 斜上抛时，同样可以应用上述结

论，不过此时 $V_t = \sqrt{V_0^2 - 2gH}$ 。

(3) 当抛出点高于水平地面时，要想使物体的水平射程最大，初速度方向与水平方向间的夹角 α 应小于 45° ；当抛出点低于落地点的时候，要想使物体的水平射程最大，应满足 $\alpha > 45^\circ$ ；当抛出点与落地点在同一水平面时，为使物体的水平射程最大，必须要满足初速度的方向与水平方向间的夹角 $\alpha = 45^\circ$ 。

三、推荐阅读

1. 旋转的“魔盘”

我们都知道物理与生活是离不开的，生活中许多现象都能用物理知识来解释，那你对以下这些现象了解吗？你能说出他们的物理原理吗？

不知同学们去公园时玩没玩过这样的游戏：公园里有一种“魔盘”的设备（如图），乘客背靠背的围坐成一个圆，坐在魔盘的靠近中心的位置，当圆盘底下的电动机开动后，魔盘缓缓地绕着竖直轴转动起来，起初转的很慢，人能跟着盘一起转动着，随着魔盘转的越来越快，乘客们开始向盘的边缘滑去，这个滑动起初还不容易觉察，但是当这些乘客离开圆盘越来越远时，滑动就越显著，最后无论你花多少力气想继续留在原地，也是不可能的了，乘客终于被圆盘给抛出去了。那么是什么力量将乘客们抛出去的呢？下面我们得从圆周运动说起。



魔盘——盘上的人随盘一起转动

例如我们把一柄伞撑开，伞头着地，然后把他的柄转动起来，很容易使它快速的转动起来，现在，试着把一个小球或纸团丢到伞里面：那东西并不停留在伞上，却给抛了出来，这个把小球抛出来的力量，一般人常常不正确的叫它“离心力”，实际上这并不是力，因为没有任何物体提供这种力（不管是以什么方式命名的力，只要是真实存在的，一定有施力物体），而只是惯性的作用。放在伞里的小纸团随伞一起转动时，需要的向心力是由摩擦力来提供的，转动越快时需要的向心力就越大，当摩擦力不足以提供圆周运动所需要的向心力的情况下，物体就将做逐渐远离圆心的运动，我们把这种运动叫做离心运动，物体由于本身的惯性，将沿着切线方向运动，这也是牛顿第一定律的必然结果，做离心运动的物体是沿切线方向飞出的，它不是沿半径方向飞出。那么刚刚的那些乘客，并不是被抛出，而是由于惯性的作用。

那么离心运动在实际生活中有哪些应用和危害呢？大家都爱吃的棉花糖，制作过程是砂糖先高温融化成液体再被甩出即成棉花糖，还有大家最熟悉的洗衣机的脱水桶，离心干燥器、用离心机把体温计中的水银柱甩回玻璃泡内等等，都利用到了离心现象。在生活中离心的危害也是不容忽视的，我们在公交车上当车转弯时，乘务员或是车上广播会提醒乘客：“车要转弯，请您扶稳坐好”。否则我们很容易被“甩”倒。我们也看到过许多赛车现场，赛车最容易出现事故的地方就是转弯处，因为当汽车转弯时需要的向心力由地面的摩擦力来提供，车

转弯时速度越大需要的摩擦力越大，但是车和地面之间的最大静摩擦力是一定的，所以如果车速过**快**，当静摩擦力不足以提供向心力时，车就将离开跑道或发生侧翻。所以要想行驶安全，我们在转弯处一定要慢行。

【科技常识小链接】

你细心观察过赛车路面的弯道处或是火车轨道转弯处吗？

弯道处的路面都是外侧高于内侧的，请根据你学过的知识，分析其中的道理。

