

【课时作业答案】

1. 解: (I) 因为 $S_0 = 0$, $S_1 = -0.3$, $S_2 = 0.4$, $S_3 = 0.3$, $S_4 = 1.2$, $S_5 = 1.3$,

所以 $E_5 = \{2, 4, 5\}$.

(II) 由集合 E_n 的定义知 $S_{k_{i+1}} > S_{k_i}$, 且 k_{i+1} 是使得 $S_k > S_{k_i}$ 成立的最小的 k ,

所以 $S_{k_{i+1}-1} \leq S_{k_i}$.

又因为 $a_{k_{i+1}} < 1$,

所以 $S_{k_{i+1}} = S_{k_{i+1}-1} + a_{k_{i+1}}$

$$< S_{k_i} + 1.$$

所以 $S_{k_{i+1}} - S_{k_i} < 1$.

(III) 因为 $S_n > S_0$, 所以 E_n 非空.

设集合 $E_n = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$, 不妨设 $k_1 < k_2 < \dots < k_m$,

则由 (II) 可知 $S_{k_{i+1}} - S_{k_i} < 1$ ($i = 1, 2, \dots, m-1$),

同理 $S_{k_1} - S_0 < 1$, 且 $S_n \leq S_{k_m}$.

所以 $S_n = (S_n - S_{k_m}) + (S_{k_m} - S_{k_{m-1}}) + \dots + (S_{k_2} - S_{k_1}) + (S_{k_1} - S_0)$

$$< \underbrace{0+1+1+\dots+1+1}_{m\text{个}1} = m.$$

因为 $S_n > C$, 所以 E_n 的元素个数 $m \geq C+1$.

取常数数列 A_n : $a_i = \frac{C+1}{C+2}$ ($i = 1, 2, \dots, C+1$), 并令 $n = C+1$,

则 $S_n = \frac{(C+1)^2}{C+2} = \frac{C^2+2C+1}{C+2} > C$, 适合题意,

且 $E_n = \{1, 2, \dots, C+1\}$, 其元素个数恰为 $C+1$.

综上, E_n 的元素个数的最小值为 $C+1$.