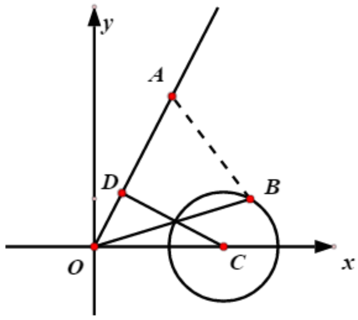
扩展提升任务答案

1. 【答案】A 解：



设$\vec{e}=(1,0)$，$\vec{b}=(x,y)$，

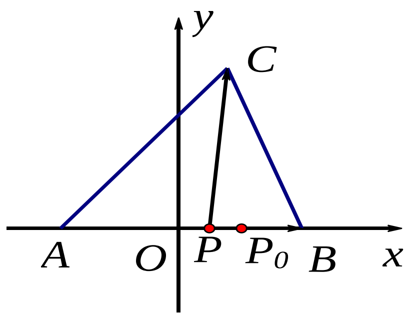
则$\vec{b}^2-4\vec{e}\cdot\vec{b}+3=0\Rightarrow x^2+y^2-4x+3=0$

$\Rightarrow(x-2)^2+y^2=1$

如图所示，$\vec{a}=\overrightarrow{OA}$，$\vec{b}=\overrightarrow{OB}$，（其中$A$为射线$OA$上动点，$B$为圆$C$上动点，$\angle AOx=\dfrac{\pi}{3}$.）

$\therefore\left|\vec{a}-\vec{b}\right|_{\min}=\left|CD\right|-1=\sqrt{3}-1$.（其中$CD\perp OA$.）

2.【答案】D. 解：以AB所在直线为x轴，以AB垂直平分线为y轴，建立如图直角坐标系



设$AB=4$，则$A(-2,0),B(2,0)$由$P_0B=\dfrac{1}{4}AB$知$P_0(1,0)$

设$P(t,0),C(x,y)$则$\overrightarrow{PB}=(2-t,0),\overrightarrow{PC}=(x-t,y)$

$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=(2-t)(x-t)=t^2-(2+x)t+2x$

由$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}\ge\overrightarrow{P_0B}\cdot\overrightarrow{P_0C}$知$P$与$P_0$重合时，即$t=1$时$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$取得最小值

所以$\dfrac{2+x}{2}=1$，即$x=0$，此时$AC=BC$，选D.

3. 【答案】$4,2\sqrt{5}$

解：设向量$\vec{a},\vec{b}$的夹角为θ，由余弦定理有，

$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{1^2+2^2-2\times1\times2\times\cos\theta}=\sqrt{5-4\cos\theta}$，

$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{1^2+2^2-2\times1\times2\times\cos(\pi-\theta)}=\sqrt{5+4\cos\theta}$，则

$|\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{5+4\cos\theta}+\sqrt{5-4\cos\theta}$，

令$y=\sqrt{5+4\cos\theta}+\sqrt{5-4\cos\theta}$，则

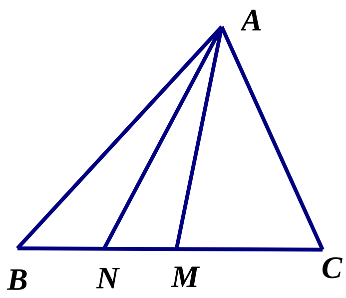
$y^2=10+2\sqrt{25-16\cos^2\theta}\in[16,20]$

所以$y_{\min}=4,y_{\max}=2\sqrt{5}$

即$|\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{a}-\vec{b}|$的最小值是$4$，最大值是$2\sqrt{5}$.

4．【答案】$\sqrt{3}+1$

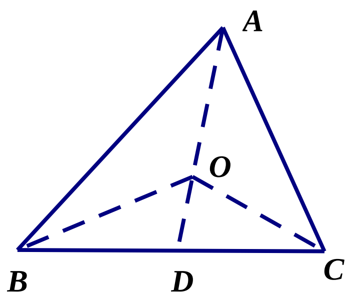
解：$S_{\Delta ABC}=\sqrt{3}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\sin A=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\sin\frac{\pi}{3}$



所以$|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|=4$

$$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})[\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})]$$
$$=\frac{1}{8}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})(3\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$$
$$=\frac{1}{8}(3\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2+4\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})$$
$$=\frac{1}{8}(3\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2+4|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cos\frac{\pi}{3})$$
$$=\frac{1}{8}(3\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2+8)$$
$$\geq\frac{1}{8}(2\sqrt{3\overrightarrow{AB}^2\times\overrightarrow{AC}^2}+8)$$
$$=\sqrt{3}+1$$

5．【答案】$\frac{2}{3}$ 解：因为$\frac{S_{\Delta OBC}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{1}{3}$



所以$\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\lambda\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\mu\overrightarrow{AC}$$

又D,B,C三点共线，所以$\frac{3}{2}\lambda+\frac{3}{2}\mu=1$，所以$\lambda+\mu=\frac{2}{3}$