**以因式分解为例谈代数式的恒等变形 拓展资源**

1. **知识的拓展延伸与相关史料——因式定理**

1637年笛卡儿（1596-1650）在其《几何学》中，首次应用待定系数法将4次方程分解为两个2次方程求解，并最早给出因式分解定理.

**因式定理：**函数能被整除，当且仅当是的一个根.

例如，，而当时，，所以有根，则必有一个一次因式，

因式定理是中国剩余定理的一个推论.中国剩余定理也叫“孙子定理”或“大衍求一术”.在中国民间又称为“韩信点兵”、“鬼谷子”、“隔墙算”、“剪管术”等.据说有这样一个故事,有一天，刘邦亲临韩信的军营，而在兵场上约有二千名士兵在操练.韩信命令士兵们先后以七人一组、十一人一组及十三人一组结集成一组，并把每次余下不能组成七（或十一、十三）人小组的人数报上，然后他便可以快速地算出士兵的确切数目.例如，在组七人小组时余下3人，组十一人小组时余下4人，组十三人小组时余下8人，韩信很快算出其确切数目是1984.为什么是1984呢？感兴趣的同学可以自己查阅项武义编写的《基础代数学》.

**二、 拓展性问题—— 插值法与因式分解**

因式分解在初中的代数课程里是常常遇到的题目.同学们试想一下是用哪种方法来找一个给定多项式的因式分解？相信大多数采用“盲目试撞”的方法.

在下面的讨论中，我们都是假设所有的系数都是整数，让我们来寻找一次因式的方法.

令 为一个四次多项式，我们不妨假设 ，否则即可提出因式，并把情况简化到三次多项式的情况来讨论.若具有一次因式，则易见*p*，*q*分别可整除*a*，*e*.



由于*a*，*e*的因子只有有限个选择，所以只需直接验算每一个可能情况，最后便可知是否具有1次因式.

 

由因式定理可知，是的根，是的一个因式，*p*是最高次项系数*a*的因数，*q*是常数项*e*的因数

以下面问题为例.

例 分解因式：

解:  的因数是，的因数是.

当时 当时

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *q* | 1 | ﹣1 | 2 | ﹣2 |
|   |   |   |   |   |
| *x* |   |  | ﹣1 | 1 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *q* | 1 | ﹣1 | 2 | ﹣2 |
|   |   |   |   |   |
| *x* | ﹣1 | 1 | ﹣2 | 2 |

当，时，同学们可自行验证，有理根不会发生改变，通常我们只取*a*的正因数.因此,的有理根只可能是.

当时，,不是的根.

当时，是的根.

从而是的因式,于是.关键是如何求出另一个因式.

对于，同学们也可以采用上述方法继续分解因式.







化简





化简



每一组都有因式

