

高二年级数学学科第四周第三课时学习指南

一元二次不等式的解法

学习目标

1. 从函数的观点认识一元二次不等式与相应函数、方程的联系，体会数学的整体性；
2. 借助二次函数的图象，求解一元二次不等式，能用集合表示不等式的解集；
3. 能用函数方法求解含参的一元二次不等式，体会分类讨论的数学思想方法。

学法指导

一、用函数理解方程和不等式是数学的基本思想方法。

1. 一元二次方程、一元二次不等式与相应的二次函数之间的内在联系：

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根即是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交点的横坐标；

一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ ($a>0$) 或 $ax^2+bx+c<0$ ($a>0$) 的解集是一元二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象在 x 轴上方或下方图象所对应 x 值的集合。

2. 求解一元二次不等式的通性通法是函数方法，从函数的观点认识方程和不等式，感悟数学知识之间的关联，认识函数的重要性。
3. 解一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ ($a>0$) 的步骤：先求方程的解，再画出函数图象，观察函数图象得到不等式的解集。

二、解含参数的一元二次不等式时，更重要的是学会分类讨论的方法，找到分讨论的标准。

在对参数进行分类讨论时，为了做到分类“不重不漏”，讨论需从三方面进行：

- (1) 关于不等式类型的讨论；
- (2) 关于不等式对应的方程是否有根的讨论；
- (3) 关于不等式对应的方程根的大小的讨论。

学习任务单

定义：一般地，只含有_____并且未知数的_____的不等式叫做一元二次不等式，它的一般形式是_____。

例 1：求下列不等式的解集。

(1) $x^2 - 3x - 10 > 0$

(2) $4x^2 - 4x + 1 > 0$

(3) $-x^2 + 2x - 3 > 0$

例 2: 已知不等式 $ax^2 - bx - 1 \geq 0$ 的解集是 $\left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right]$, 则不等式 $x^2 - bx - a < 0$ 的解集是_____。

小结:

一元二次方程、一元二次不等式与相应的二次函数之间的内在联系; 解一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ ($a > 0$) 的步骤。

例 3: (1) 解关于 x 的不等式 $x^2 - 2x - a > 0$.

(2) 解关于 x 的不等式 $x^2 - (a+1)x + a \geq 0$.

(3) 解关于 x 的不等式 $ax^2 - (1+a)x + 1 < 0$.

小结:

解含参数的一元二次不等式时, 为了做到分类“不重不漏”, 分类讨论的标准。