

课后作业答案

1. 答案: C.

【解析】当 $-7 \leq x \leq 0$ 时, $f(x) = |x+1| \in [0, 6]$,

当 $e^{-2} \leq x \leq e$ 时, $f(x) = \ln x \in [-2, 1]$,

综上, $f(x)$ 的值域为 $[-2, 6]$.

若存在实数 m , 使 $f(m) - 2g(a) = 0$, 则有 $-2 \leq 2g(a) \leq 6$,

即 $-1 \leq a^2 - 2a \leq 3$, 所以 $a \in [-1, 3]$.

故选 C.

2. 答案: $(-\infty, -\frac{35}{4}) \cup (1, +\infty)$

【解析】由题意, $f(x)$ 值域为 $[\frac{1}{4} - m, 1 - m]$, $g(x)$ 的值域为 $[0, 9]$,

若 $\forall x_1 \in [0, 2], \forall x_2 \in [-1, 3]$, 都有 $f(x_1) \neq g(x_2)$ 成立, 则有 $[\frac{1}{4} - m, 1 - m] \cap [0, 9] \neq \emptyset$

即: $1 - m < 0$ 或 $\frac{1}{4} - m > 9$

解得: $m \in (-\infty, -\frac{35}{4}) \cup (1, +\infty)$.

3. 答案: $[\frac{1}{8}, 2]$

【解析】当 $-3 \leq x \leq 0$ 时, $f(x) \leq |x|$ 恒成立等价于 $x^2 + 2x + a - 2 \leq -x$ 恒成立, 即

$a \leq -x^2 - 3x + 2$ 恒成立, 所以 $a \leq (-x^2 - 3x + 2)_{\min} = 2$;

当 $x > 0$ 时 $f(x) \leq |x|$ 恒成立等价于 $-x^2 + 2x - 2a \leq x$ 恒成立,

即 $a \geq \frac{-x^2 + x}{2}$ 恒成立, 所以 $a \geq (\frac{-x^2 + x}{2})_{\max} = \frac{1}{8}$.

综上, a 的取值范围是 $[\frac{1}{8}, 2]$.

4. 答案: 2; $[-1 - \sqrt{2}, 1]$

【解析】(1) 若 $a = 0$, $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \geq 0, \\ x, & x < 0. \end{cases}$

令 $f(x) = 0$ 得 $x = 0$ 或者 $x = 2$, 所以有 2 个零点;

(2) (i) 当 $a > 1$ 时, 则 $f(1) = 1$, $\forall x \in (1, a)$, 有 $f(x) = x > 1$, 所以不成立;

(ii) 当 $a=1$ 时, 显然成立;

(iii) 当 $a<1$ 时, $f(1)=1$, 显然 $x<a$ 时 $f(x)\leq f(1)$

成立, 所以只需 $-x|x|+2x\leq 1$ 在 $x\geq a$ 上成立, 去绝对值分段解得 $a\geq -1-\sqrt{2}$

综上, $a\in[-1-\sqrt{2}, 1]$.