

《数列专题——数列求和问题》拓展提升

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 $\frac{1}{3}$ 的等比数列, 且 $a_2 + 6$ 是 a_1 和 a_3 的等差中项.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项之积为 T_n , 求 T_n 的最大值.

2. 已知由实数构成的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_1 + a_3 + a_5 = 42$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求 $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2n}$.

3. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + \cdots + (2n-1)a_n = 2n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{\frac{a_n}{2n+1}\}$ 的前 n 项和.