

【数列求和问题】专题作业

1. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 = -10$, 且 $a_2 + 10, a_3 + 8, a_4 + 6$ 成等比数列.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 S_n 的最小值.

2. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 满足 $a_1 = 3, a_4 = 12$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 4, b_4 = 20$, 且 $\{b_n - a_n\}$ 为等比数列.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = pn^2 + qn$ ($p, q \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{N}^*$), 且 $a_1 = 3, S_4 = 24$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = 2^{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = e \cdot a_n$ (e 是自然对数的底数, $n \in \mathbf{N}^*$).

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设数列 $\{\ln a_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求证: 当 $n \geq 2$ 时, $\frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} + \cdots + \frac{1}{T_n} < 2$.

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n = 2a_n - 1 (n \in \mathbf{N}^+)$.

(I) 求 a_1, a_2, a_3 的值;

(II) 已知数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 2, b_{n+1} = a_n + b_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.