

函数作业（二）

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \geq 0, \\ \cos \pi x, & x < 0. \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x+a)=0$ 在 $(0, +\infty)$ 内有唯一实根, 则

实数 a 的最小值是_____.

2. 已知 $f(x) = \begin{cases} 2a - (x + \frac{4}{x}), & x < a, \\ x - \frac{4}{x}, & x \geq a. \end{cases}$

①当 $a=1$ 时, $f(x)=3$, 则 $x =$ _____;

②当 $a \leq -1$ 时, 若 $f(x)=3$ 有三个不等实数根, 且它们成等差数列, 则 $a =$ _____.

3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq m, \\ x^2, & x > m. \end{cases}$ 函数 $g(x) = f(x) - k$.

(1) 当 $m=2$ 时, 若函数 $g(x)$ 有两个零点, 则 k 的取值范围是_____;

(2) 若存在实数 k 使得函数 $g(x)$ 有两个零点, 则 m 的取值范围是_____.

4. 函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0, \\ \log_2 x, & x > 0. \end{cases}$ 则 $f(\frac{1}{4}) =$ _____; 方程 $f(-x) = \frac{1}{2}$ 的解是_____.

5. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - 2^x$, 则 $f(\frac{1}{2})$ _____ $f(1)$ (填“>”或“<”); $f(x)$ 在区间 $(\frac{n-1}{n}, \frac{n}{n+1})$ 上存在零点, 则正整数 $n =$ _____.

6. 已知函数 $f(x) = e^{|x|} - 2x^2$, 给出下列命题:

①函数 $f(x)$ 为偶函数; ②函数 $f(x)$ 有四个零点; ③函数 $f(x)$ 有极小值无极大值. 其中所有正确命题的序号是_____.